

# 名城大学

## MEIJO UNIVERSITY



**MEIJO**  
**UNIVERSITY**

# 2026

# 入試問題集

---

一般選抜 | ◆ 解答例 ◆

---

※ 解答例の作成：KEI アドバンス

本学では、令和 9（2027）年度入試より入試日程の増設など、入試方式の見直しを行っていますので、出願前に必ず入試情報サイト「MEIJO NAVI」や入試ガイド（以下 URL および QR コード）をご確認ください。

入試ガイド 2027：<https://www.meijo-u.ac.jp/admissions/pamphlet/>



# 目次

## 一般選抜

### 英語

|       |   |
|-------|---|
| 2月1日  | 2 |
| 2月2日  | 2 |
| 2月3日  | 2 |
| 2月21日 | 2 |

### 日本史

|       |   |
|-------|---|
| 2月1日  | 3 |
| 2月2日  | 3 |
| 2月3日  | 3 |
| 2月21日 | 3 |

### 世界史

|       |   |
|-------|---|
| 2月1日  | 4 |
| 2月2日  | 4 |
| 2月3日  | 4 |
| 2月21日 | 4 |

### 政治・経済

|      |   |
|------|---|
| 2月1日 | 5 |
| 2月2日 | 5 |
| 2月3日 | 5 |

### 数学

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 2月1日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語） | 6  |
| 2月2日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語） | 7  |
| 2月3日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語） | 8  |
| 2月2日（情報工・理工）              | 9  |
| 2月3日（情報工・理工）              | 10 |

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 2月1日（農・薬）                  | 11 |
| 2月2日（農）                    | 12 |
| 2月21日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語） | 13 |
| 2月21日（情報工・理工）              | 14 |
| 2月21日（農・薬）                 | 15 |

### 物理

|       |    |
|-------|----|
| 2月1日  | 17 |
| 2月2日  | 17 |
| 2月3日  | 18 |
| 2月21日 | 19 |

### 化学

|                      |    |
|----------------------|----|
| 2月1日                 | 20 |
| 2月2日                 | 20 |
| 2月3日                 | 20 |
| 2月21日（都市情報・情報工・理工・農） | 20 |
| 2月21日（薬）             | 21 |

### 生物

|       |    |
|-------|----|
| 2月1日  | 22 |
| 2月2日  | 22 |
| 2月3日  | 22 |
| 2月21日 | 22 |

### 国語

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 2月1日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語）    | 23 |
| 2月2日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語）    | 23 |
| 2月3日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語）    | 23 |
| 2月1日（農）                      | 23 |
| 2月2日（農）                      | 24 |
| 2月21日（法・経営・経済・都市情報・人間・外国語・農） | 24 |

# 英 語

## A 方 式

2月1日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語・農・薬学部 共通  
(大問5は外国語学部のみ)

- 1-1.  
1 ① 2 ③ 3 ③ 4 ① 5 ①  
6 ④ 7 ② 8 ①
- 1-2.  
9 ② 10 ④ 11 ④ 12 ② 13 ②  
14 ② 15 ① 16 ②
- 1-3.  
17 ① 18 ③ 19 ② 20 ③ 21 ②  
22 ① 23 ③ 24 ①
2.  
25 ① 26 ② 27 ④ 28 ②
3.  
29 ③ 30 ② 31 ① 32 ④ 33 ③  
34 ② 35 ③ 36 ① 37 ③
4.  
38 ④ 39 ③ 40 ③または① 41 ④  
42 ④ 43 ④ 44 ③ 45 ①
5.  
46 ③ 47 ④ 48 ① 49 ④

2月2日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語・情報工・理工・農学部 共通  
(大問5は外国語学部のみ)

- 1-1.  
1 ④ 2 ③ 3 ② 4 ③ 5 ②  
6 ① 7 ④ 8 ①
- 1-2.  
9 ④ 10 ③ 11 ④ 12 ① 13 ②  
14 ④ 15 ② 16 ②
- 1-3.  
17 ② 18 ③ 19 ① 20 ③ 21 ②  
22 ② 23 ② 24 ②
2.  
25 ④ 26 ④ 27 ③ 28 ①
3.  
29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ④ 33 ③  
34 ② 35 ④ 36 ③ 37 ③
4.  
38 ① 39 ② 40 ③ 41 ④ 42 ②  
43 ② 44 ① 45 ③
5.  
46 ③ 47 ② 48 ① 49 ④

2月3日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語・情報工・理工学部 共通  
(大問5は外国語学部のみ)

- 1-1.  
1 ③ 2 ① 3 ③ 4 ② 5 ②  
6 ② 7 ③ 8 ②
- 1-2.  
9 ① 10 ① 11 ④ 12 ④ 13 ①  
14 ① 15 ① 16 ④
- 1-3.  
17 ① 18 ① 19 ③ 20 ② 21 ③  
22 ③ 23 ② 24 ④
2.  
25 ③ 26 ③ 27 ② 28 ①
3.  
29 ④ 30 ③ 31 ② 32 ③ 33 ②  
34 ④ 35 ③ 36 ④ 37 ②
4.  
38 ③ 39 ④ 40 ② 41 ③ 42 ①  
43 ③ 44 ② 45 ②
5.  
46 ③ 47 ③ 48 ② 49 ④

## B 方 式

2月21日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語・情報工・理工・農・薬学部 共通  
(大問5は外国語学部のみ)

- 1-1.  
1 ③ 2 ④ 3 ④ 4 ④ 5 ③  
6 ② 7 ④ 8 ②
- 1-2.  
9 ③ 10 ② 11 ② 12 ② 13 ①  
14 ④ 15 ② 16 ①
- 1-3.  
17 ② 18 ② 19 ③ 20 ③ 21 ③  
22 ① 23 ② 24 ④
2.  
25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ①
3.  
29 ③ 30 ① 31 ③ 32 ② 33 ②  
34 ④ 35 ④ 36 ① 37 ②
4.  
38 ③ 39 ② 40 ③ 41 ③ 42 ①  
43 ② 44 ③ 45 ②
5.  
46 ② 47 ① 48 ② 49 ③

# 日本史

## A 方式

2月1日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |                      |                      |              |              |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ④<br>6 ③<br>11 ②   | 2 ③<br>7 ④<br>12 ①   | 3 ①<br>8 ③           | 4 ③<br>9 ②   | 5 ④<br>10 ③  |
| 2. | 13 ①<br>18 ③<br>23 ④ | 14 ③<br>19 ①<br>24 ③ | 15 ③<br>20 ④         | 16 ④<br>21 ② | 17 ②<br>22 ④ |
| 3. | 25 ①<br>30 ③<br>35 ① | 26 ④<br>31 ④<br>36 ② | 27 ②<br>32 ①<br>37 ④ | 28 ②<br>33 ③ | 29 ④<br>34 ③ |
| 4. | 38 ③<br>43 ④<br>48 ③ | 39 ①<br>44 ③<br>49 ② | 40 ③<br>45 ④<br>50 ④ | 41 ②<br>46 ② | 42 ②<br>47 ① |

2月2日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |                      |                      |              |              |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ③<br>6 ③<br>11 ②   | 2 ①<br>7 ①<br>12 ②   | 3 ①<br>8 ②           | 4 ③<br>9 ③   | 5 ③<br>10 ④  |
| 2. | 13 ③<br>18 ③<br>23 ③ | 14 ①<br>19 ④<br>24 ④ | 15 ④<br>20 ①         | 16 ③<br>21 ② | 17 ②<br>22 ② |
| 3. | 25 ④<br>30 ④<br>35 ④ | 26 ①<br>31 ③<br>36 ④ | 27 ③<br>32 ①<br>37 ② | 28 ④<br>33 ③ | 29 ①<br>34 ② |
| 4. | 38 ①<br>43 ②<br>48 ① | 39 ①<br>44 ①<br>49 ③ | 40 ②<br>45 ③<br>50 ④ | 41 ③<br>46 ① | 42 ④<br>47 ④ |

## B 方式

2月3日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |                      |                      |              |              |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ①<br>6 ②<br>11 ①   | 2 ②<br>7 ①<br>12 ②   | 3 ④<br>8 ②           | 4 ④<br>9 ③   | 5 ④<br>10 ②  |
| 2. | 13 ③<br>18 ④<br>23 ② | 14 ①<br>19 ①<br>24 ① | 15 ③<br>20 ②         | 16 ①<br>21 ① | 17 ②<br>22 ② |
| 3. | 25 ③<br>30 ③<br>35 ② | 26 ②<br>31 ④<br>36 ③ | 27 ③<br>32 ③<br>37 ② | 28 ①<br>33 ① | 29 ②<br>34 ① |
| 4. | 38 ③<br>43 ②<br>48 ① | 39 ③<br>44 ②<br>49 ② | 40 ③<br>45 ④<br>50 ③ | 41 ④<br>46 ④ | 42 ③<br>47 ① |

2月21日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |                      |                      |              |              |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ①<br>6 ④<br>11 ②   | 2 ④<br>7 ①<br>12 ④   | 3 ④<br>8 ②           | 4 ④<br>9 ④   | 5 ③<br>10 ①  |
| 2. | 13 ③<br>18 ②<br>23 ② | 14 ④<br>19 ②<br>24 ① | 15 ①<br>20 ②         | 16 ③<br>21 ① | 17 ①<br>22 ③ |
| 3. | 25 ③<br>30 ③<br>35 ② | 26 ③<br>31 ④<br>36 ① | 27 ③<br>32 ①<br>37 ② | 28 ①<br>33 ② | 29 ②<br>34 ② |
| 4. | 38 ④<br>43 ④<br>48 ① | 39 ③<br>44 ①<br>49 ③ | 40 ①<br>45 ④<br>50 ① | 41 ①<br>46 ③ | 42 ④<br>47 ② |

# 世界史

## A 方式

2月1日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |              |              |              |              |
|----|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ③<br>6 ①           | 2 ④<br>7 ③   | 3 ①<br>8 ④   | 4 ④<br>9 ④   | 5 ③<br>10 ④  |
| 2. | 11 ③<br>16 ⑧         | 12 ②<br>17 ② | 13 ⑦<br>18 ④ | 14 ①<br>19 ① | 15 ③<br>20 ④ |
| 3. | 21 ④<br>26 ②<br>31 ④ | 22 ③<br>27 ④ | 23 ②<br>28 ② | 24 ④<br>29 ② | 25 ①<br>30 ④ |
| 4. | 32 ②<br>37 ①<br>42 ② | 33 ①<br>38 ④ | 34 ②<br>39 ① | 35 ①<br>40 ① | 36 ④<br>41 ③ |

2月2日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |              |              |              |              |
|----|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ①<br>6 ②           | 2 ①<br>7 ②   | 3 ③<br>8 ④   | 4 ④<br>9 ①   | 5 ④<br>10 ②  |
| 2. | 11 ④<br>16 ⑥<br>21 ④ | 12 ①<br>17 ④ | 13 ①<br>18 ② | 14 ③<br>19 ① | 15 ②<br>20 ③ |
| 3. | 22 ③<br>27 ①<br>32 ③ | 23 ①<br>28 ② | 24 ④<br>29 ① | 25 ④<br>30 ④ | 26 ①<br>31 ④ |
| 4. | 33 ⑥<br>38 ④         | 34 ①<br>39 ③ | 35 ④<br>40 ① | 36 ⑥<br>41 ② | 37 ①<br>42 ③ |

## B 方式

2月3日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |              |              |              |              |
|----|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ④<br>6 ③           | 2 ③<br>7 ⑤   | 3 ②<br>8 ②   | 4 ①<br>9 ③   | 5 ②<br>10 ③  |
| 2. | 11 ⑥<br>16 ①         | 12 ②<br>17 ① | 13 ①<br>18 ② | 14 ④<br>19 ④ | 15 ③<br>20 ② |
| 3. | 21 ①<br>26 ④<br>31 ③ | 22 ⑥<br>27 ② | 23 ③<br>28 ③ | 24 ④<br>29 ① | 25 ②<br>30 ④ |
| 4. | 32 ①<br>37 ③<br>42 ③ | 33 ①<br>38 ④ | 34 ⑥<br>39 ② | 35 ②<br>40 ④ | 36 ④<br>41 ② |

2月21日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |                      |              |              |              |              |
|----|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. | 1 ③<br>6 ①<br>11 ④   | 2 ④<br>7 ③   | 3 ⑤<br>8 ①   | 4 ①<br>9 ③   | 5 ③<br>10 ②  |
| 2. | 12 ①<br>17 ⑤         | 13 ④<br>18 ⑥ | 14 ④<br>19 ② | 15 ④<br>20 ③ | 16 ⑥<br>21 ② |
| 3. | 22 ④<br>27 ①<br>32 ① | 23 ⑥<br>28 ③ | 24 ①<br>29 ① | 25 ③<br>30 ① | 26 ③<br>31 ③ |
| 4. | 33 ①<br>38 ⑤<br>43 ① | 34 ③<br>39 ⑥ | 35 ②<br>40 ④ | 36 ②<br>41 ① | 37 ①<br>42 ④ |

# 政治・経済

## A 方式

2月1日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |      |          |      |      |      |
|----|------|----------|------|------|------|
| 1. | 1 ③  | 2 ②      | 3 ②  | 4 ⑤  | 5 ①  |
|    | 6 ①  | 7 ①      | 8 ④  | 9 ②  | 10 ② |
|    | 11 ⑤ | 12 ③     |      |      |      |
| 2. | 13 ② | 14 ①     | 15 ① | 16 ③ | 17 ⑤ |
|    | 18 ① | 19 ②または④ | 20 ③ | 21 ③ |      |
|    | 22 ① | 23 ④     | 24 ⑤ |      |      |
| 3. | 25 ⑤ | 26 ①     | 27 ⑤ | 28 ④ | 29 ③ |
|    | 30 ⑤ | 31 ③     | 32 ② | 33 ④ | 34 ③ |
|    | 35 ③ | 36 ①     |      |      |      |
| 4. | 37 ⑤ | 38 ④     | 39 ② | 40 ② | 41 ④ |
|    | 42 ④ | 43 ②     | 44 ③ | 45 ③ | 46 ⑤ |
|    | 47 ① | 48 ③     |      |      |      |

2月2日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |      |      |      |      |      |
|----|------|------|------|------|------|
| 1. | 1 ①  | 2 ⑤  | 3 ④  | 4 ④  | 5 ③  |
|    | 6 ①  | 7 ③  | 8 ②  | 9 ③  | 10 ② |
|    | 11 ④ | 12 ① |      |      |      |
| 2. | 13 ② | 14 ① | 15 ⑤ | 16 ⑤ | 17 ③ |
|    | 18 ③ | 19 ④ | 20 ⑤ | 21 ② | 22 ① |
|    | 23 ④ | 24 ④ |      |      |      |
| 3. | 25 ② | 26 ① | 27 ⑤ | 28 ③ | 29 ① |
|    | 30 ① | 31 ② | 32 ② | 33 ④ | 34 ② |
|    | 35 ③ | 36 ④ |      |      |      |
| 4. | 37 ⑤ | 38 ② | 39 ⑤ | 40 ② | 41 ④ |
|    | 42 ① | 43 ② | 44 ③ | 45 ③ | 46 ① |
|    | 47 ④ | 48 ① |      |      |      |

2月3日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

|    |      |      |      |      |      |
|----|------|------|------|------|------|
| 1. | 1 ④  | 2 ②  | 3 ④  | 4 ③  | 5 ④  |
|    | 6 ②  | 7 ①  | 8 ①  | 9 ④  | 10 ④ |
|    | 11 ③ | 12 ② |      |      |      |
| 2. | 13 ④ | 14 ③ | 15 ④ | 16 ② | 17 ① |
|    | 18 ② | 19 ④ | 20 ② | 21 ② | 22 ① |
|    | 23 ① | 24 ⑤ |      |      |      |
| 3. | 25 ② | 26 ② | 27 ① | 28 ③ | 29 ② |
|    | 30 ⑤ | 31 ③ | 32 ⑤ | 33 ① | 34 ④ |
|    | 35 ① | 36 ③ |      |      |      |
| 4. | 37 ② | 38 ① | 39 ⑤ | 40 ② | 41 ④ |
|    | 42 ③ | 43 ⑤ | 44 ④ | 45 ③ | 46 ③ |
|    | 47 ④ | 48 ① |      |      |      |

# 数 学

## A 方式

2月1日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

1.

(1) 計 12 個の玉から 3 個の玉を同時に取り出すときの取り出し方は、全部で

${}_{12}C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220$  通り。

このうち、赤玉が含まれない取り出し方は  ${}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$  通り。よって、赤玉が少なくとも

も 1 個出る確率は  $1 - \frac{120}{220} = \frac{5}{11}$  【答え】 …… 

|    |
|----|
| ア  |
| イウ |

異なる 3 色の玉が出る確率は、各色からそれぞれ 1 個の玉を取り出す場合を考えて

$\frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{220} = \frac{12}{55}$  【答え】 …… 

|    |
|----|
| エオ |
| カキ |

(2) 2 次方程式  $x^2 + x + 5 = 0$  について、解と係数の関係から  $\alpha + \beta = \boxed{-1}$  【答え】 …… 

|    |
|----|
| クケ |
|----|

また、 $\alpha\beta = 5$  であるから

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)\{(\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta\}}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(-1)\{(-1)^2 - 3 \cdot 5\}}{5} \\ &= \frac{14}{5} \end{aligned}$$
 【答え】 …… 

|    |
|----|
| コサ |
| シ  |

(3) 2 倍角の公式  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$  を用いると

$y = \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \sin x} = \frac{2 \sin x \cos^2 x}{1 + \sin x} = \frac{2 \sin x(1 - \sin^2 x)}{1 + \sin x} = 2 \sin x(1 - \sin x)$

となる。 $t = \sin x$  とおき、 $f(t) = 2t(1 - t)$  の最大値について考えればよい。ただし、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  より  $0 \leq t \leq 1$  である。

$f(t) = -2(t^2 - t) = -2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$

であるから、 $f(t)$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) は、 $t = \frac{1}{2}$  のとき、最大値  $\frac{1}{2}$  をとる。

以上より、 $y$  は  $x = \frac{1}{6}\pi$  【答え】 …… 

|   |
|---|
| ス |
| セ |

のとき、最大値  $\frac{1}{2}$  【答え】 …… 

|   |
|---|
| ソ |
| タ |

- 1 -

2.

与えられた連立不等式の第 2 式  $\log_2(x - 1) \leq \log_4 y \leq \log_4(x + 3) + \frac{1}{2}$  …… ① について、真数条件  $x > 1$ 、 $y > 0$  に注意する。① の各辺の底を 2 に揃えると

$\log_2(x - 1) \leq \frac{\log_2 y}{2} \leq \frac{\log_2(x + 3)}{2} + \log_2 \sqrt{2}$

各辺を 2 倍すると

$$\begin{aligned} 2 \log_2(x - 1) &\leq \log_2 y \leq \log_2(x + 3) + 2 \log_2 \sqrt{2} \\ \log_2(x - 1)^2 &\leq \log_2 y \leq \log_2(x + 3) + \log_2 2 \\ \log_2(x - 1)^2 &\leq \log_2 y \leq \log_2 2(x + 3) \end{aligned}$$

底  $2 > 1$  であるから、 $(x - 1)^2 \leq y \leq 2(x + 3)$  を得る。これより、① は

$x^2 - \boxed{2}x + \boxed{1} \leq y \leq \boxed{2}x + \boxed{6}$  【答え】 ……  $x^2 - \boxed{ア}x + \boxed{イ} \leq y \leq \boxed{ウ}x + \boxed{エ}$

と変形される。

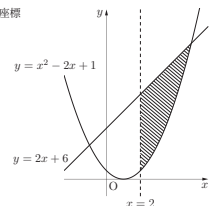
曲線  $y = x^2 - 2x + 1$  と直線  $y = 2x + 6$  の交点の座標を求めると。

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= 2x + 6 \\ x^2 - 4x - 5 &= 0 \\ (x - 5)(x + 1) &= 0 \\ x &= 5, -1 \end{aligned}$$

右のグラフより、 $x \geq 2$  に含まれる交点の  $x$  座標は 5 であるから、求める交点の

座標は

$(\boxed{5}, \boxed{16})$  【答え】 ……  $(\boxed{オ}, \boxed{カキ})$



- 2 -

よって、求める面積  $S$  は

$$\begin{aligned} S &= \int_2^5 \{(2x + 6) - (x^2 - 2x + 1)\} dx \\ &= \int_2^5 (-x^2 + \boxed{4}x + \boxed{5}) dx \quad \text{【答え】} \dots\dots \int_2^5 (-x^2 + \boxed{ク}x + \boxed{ケ}) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x\right]_2^5 \\ &= -\frac{1}{3}(125 - 8) + 2(25 - 4) + 5(5 - 2) \\ &= -39 + 42 + 15 \\ &= \boxed{18} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{コサ} \end{aligned}$$

3.

直線  $\ell$  の方程式は

$y - 0 = a(x - 4)$   
 $y = ax - \boxed{4}a$  【答え】 …… 

|   |
|---|
| ア |
|---|

である。よって、 $\ell$  と曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  が接するのは、

$ax - 4a = -2x^2 + 3x + 2$   
 $2x^2 + (a - \boxed{3})x - \boxed{4}a - 2 = 0$   
【答え】 ……  $2x^2 + (a - \boxed{イ})x - \boxed{ウ}a - 2 = 0$

が重解をもつときである。すなわち、この  $x$  の 2 次方程式の判別式を  $D$  とし、 $D = 0$  のとき  $\ell$  と曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  が接する。

$$\begin{aligned} D &= (a - 3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4a - 2) \\ &= a^2 - 6a + 9 + 32a + 16 \\ &= a^2 + 26a + 25 \\ &= (a + 25)(a + 1) \end{aligned}$$

よって、求める  $a$  の値は  $a = \boxed{-1}, \boxed{-25}$  【答え】 …… 

|     |
|-----|
| エオ  |
| カキク |

- 3 -

関数  $y = |-2x^2 + 3x + 2|$  のグラフ  $C$  の

$-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$  の部分は曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  と一致し、グラフ  $C$  と直線  $\ell$  の共有点が 3 個となるのは図のように曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  と直線  $\ell$  (実線) が接する場合と考えることができる。よって、求める  $a$  の値は ( 

|    |
|----|
| エオ |
|----|

 ) と同じであり、

$a = \boxed{-1}$  【答え】 …… 

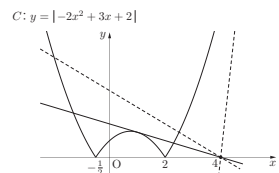
|    |
|----|
| ケコ |
|----|

次に、 $C$  と  $\ell$  がちょうど 2 個の共有点をもつ場合は次の 3 つの場合である。

- (i)  $a = 0$  のとき、 $\ell$  は  $x$  軸と一致し、グラフより条件を満たすことがわかる。
- (ii)  $a > 0$  のとき、 $\ell$  がグラフ  $C$  の  $x > 2$  の部分と 2 点で交わる場合。グラフ  $C$  の  $x > 2$  の部分が接するのは  $a = 25$  のときであったから、(図の傾き正の破線で表された直線を参考にして、) 条件を満たすのは  $a > 25$  のときである。
- (iii)  $a < 0$  のとき、 $\ell$  がグラフ  $C$  の  $x < -\frac{1}{2}$  の部分、 $x > 2$  の部分とそれぞれ 1 点で交わる場合。(図の傾き負の破線で表された直線を参考にして、) 条件を満たすのは  $a < -1$  のときである。

以上 (i), (ii), (iii) より、求める  $a$  の値の範囲は

$a < \boxed{-1}, a = \boxed{0}, a > \boxed{25}$  【答え】 ……  $a < \boxed{サシ}, a = \boxed{ス}, a > \boxed{セソ}$



- 4 -

## 1.

(1) 同じものを含む順列の公式を用いて,  $\frac{6!}{2! \cdot 3!} = \boxed{60}$  通り 【答え】 …… 【アイ】

次に, 4 個を選んで 1 列に並べる順列を考える。

(i) 青玉をちょうど 3 個含むとき, 残りの 1 個の玉の選び方は赤玉 1 個, または白玉 1 個のいずれかである。よって, この場合の順列の数は  $2 \cdot 4 = 8$

(ii) 青玉をちょうど 2 個含むとき, 残りの 2 個の玉の選び方は次の 2 通りがある  
・白玉 2 個を選ぶ場合。この場合の順列の数は  ${}_4C_2 \cdot 2! = 6$  通り。  
・白玉と赤玉から 1 個ずつ選ぶ場合。

この場合の順列の数は  ${}_4C_2 \cdot 2! = 12$  通り。

(iii) 青玉をちょうど 1 個含むとき, 残りの 3 個の玉は赤玉 1 個, 白玉 2 個となる。  
この場合の順列の数は  ${}_4C_2 \cdot 2! = 12$  通り。

(i), (ii), (iii) より, 求める順列の総数は

$$8 + (6 + 12) + 12 = \boxed{38} \text{ 通り} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{ウエ}}$$

(2)  $x \leq 2$  のとき,  $-x + 2 \leq \frac{1}{3}x + 5$  より  $x \geq -\frac{9}{4}$  となる。よって,  $-\frac{9}{4} \leq x \leq 2$  を得る。

・  $x > 2$  のとき,  $x - 2 \leq \frac{1}{3}x + 5$  より,  $x \leq \frac{21}{2}$  となる。よって,  $2 < x \leq \frac{21}{2}$  を得る。

以上より, 与えられた不等式の解は  $-\frac{9}{4} \leq x \leq \frac{21}{2}$  である。

よって, これを満たす最小の整数  $x$  は  $\boxed{-2}$  【答え】 …… 【オカ】

また, 与えられた不等式を満たす整数  $x$  は  $-2$  から  $10$  までの  $\boxed{13}$  個 【答え】 …… 【キク】

(3)  $2^{100} < 3^n$  の両辺の常用対数をとると

$$\begin{aligned} 100 \times \log_{10} 2 &< n \log_{10} 3 \\ n &> \frac{30.1}{0.4771} = 63.089 \dots \end{aligned}$$

であるから,  $n_0 = \boxed{64}$  【答え】 …… 【ケコ】

$$\log_{10} 3^{n_0} = 64 \times \log_{10} 3 = 30.5344$$

であるから,  $3^{n_0}$  の桁数は  $\boxed{31}$  【答え】 …… 【サシ】

## 2.

三角形 ABC と三角形 ABD は二等辺三角形であることから  $AB \perp CM$ ,  $AB \perp DM$  である。三平方の定理によって

$$MC = \sqrt{BC^2 - BM^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{\boxed{2}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \sqrt{\boxed{\text{ア}}}$$

$$MD = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \sqrt{9 - 1} = \boxed{2}\sqrt{\boxed{2}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

また, 三角形 CMD について余弦定理を用いて,

$$\cos \angle CMD = \frac{2 + 8 - a^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{\boxed{10} - a^2}{\boxed{8}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{エオ}} - a^2}{\boxed{\text{カ}}}$$

ここで,

$$\begin{aligned} \sin^2 \angle CMD &= 1 - \cos^2 \angle CMD \\ &= 1 - \frac{100 - 20a^2 + a^4}{64} \\ &= \frac{-a^4 + 20a^2 - 36}{64} \end{aligned}$$

よって,  $\sin \angle CMD > 0$  に注意して

$$\begin{aligned} \sin \angle CMD &= \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{8} \\ \triangle CMD &= \frac{1}{2} \cdot CM \cdot DM \cdot \sin \angle CMD \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{4} \end{aligned}$$

平面 CMD と辺 AB が垂直であることから

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \triangle CMD \cdot AB \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{4} \cdot 2 \\ &= \frac{\sqrt{-a^4 + \boxed{20}a^2 - \boxed{36}}}{\boxed{6}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\sqrt{-a^4 + \boxed{\text{キク}}a^2 - \boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}} \end{aligned}$$

実数  $a$  の値が変化するとき, 四面体 ABCD が存在するためには,

$$\begin{aligned} DM - CM &< a < DM + CM \\ \sqrt{2} < a < 3\sqrt{2} \quad \dots\dots \text{①} \end{aligned}$$

であればよい。

$$\begin{aligned} g(a) &= -a^4 + 20a^2 - 36 \\ &= -(a^2 - 10)^2 + 64 \end{aligned}$$

より,  $g(a)$  は  $a^2 = 10$ , すなわち  $a = \sqrt{10}$  のとき最大値をとる。このとき,  $a$  は ① を満たす。

以上より,  $V$  が最大となるのは

$$a = \sqrt{\boxed{10}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \sqrt{\boxed{\text{シス}}}$$

のときである。また, このとき  $V$  の最大値は

$$\frac{\sqrt{64}}{6} = \frac{\boxed{4}}{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

## 3.

関数  $f(x)$  を通分によって変形すると

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^3 - \boxed{6}x^2 + \boxed{9}x - \boxed{4}}{x} \\ \text{【答え】} \dots\dots f(x) &= \frac{x^3 - \boxed{\text{ア}}x^2 + \boxed{\text{イ}}x - \boxed{\text{ウ}}}{x} \end{aligned}$$

また, 誘導にしたがって,  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$  とおくと  $f(x) = \frac{g(x) - 4}{x - 0}$  であるから,  $f(x)$  は  $x > 1$  を満たす各  $x$  についての, 点  $P(x, g(x))$  と

$$\text{点 A}(\boxed{0}, \boxed{4}) \quad \text{【答え】} \dots\dots (\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{ウ}})$$

を通る直線の傾きとみなせる。

$f(x)$  ( $x > 1$ ) が最小となるのは, 直線 AP の傾きが  $x > 1$  において最小になるときであり, そのとき直線 AP は曲線  $C$  に接している。 $g'(x) = 3x^2 - 12x + 9$  より,  $C$  上の点  $(t, g(t))$  における接線  $\ell$  の方程式は

$$\begin{aligned} y - g(t) &= g'(t)(x - t) \\ y &= (3t^2 - 12t + 9)(x - t) + t^3 - 6t^2 + 9t \\ y &= (3t^2 - 12t + 9)x - 3t^3 + 12t^2 - 9t + t^3 - 6t^2 + 9t \\ y &= (\boxed{3}t^2 - \boxed{12}t + \boxed{9})x - \boxed{2}t^3 + \boxed{6}t^2 \\ \text{【答え】} \dots\dots y &= (\boxed{\text{オ}}t^2 - \boxed{\text{カキ}}t + \boxed{\text{ク}})x - \boxed{\text{ケ}}t^3 + \boxed{\text{コ}}t^2 \end{aligned}$$

直線  $\ell$  が点 A を通るとき,  $4 = -2t^3 + 6t^2$  であり, これを整理すると

$$\begin{aligned} t^3 - 3t^2 + 2 &= 0 \\ (t - 1)(t^2 - 2t - 2) &= 0 \end{aligned}$$

この  $t$  に関する方程式の解のうち,  $t > 1$  を満たすものは

$$t = \boxed{1} + \sqrt{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{サ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

であり,  $f(x) = (x - 3)^2 - \frac{4}{x}$  にこれを代入すると

$$\begin{aligned} f(1 + \sqrt{3}) &= (\sqrt{3} - 2)^2 - \frac{4}{1 + \sqrt{3}} \\ &= 7 - 4\sqrt{3} - \frac{4(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1} \\ &= \boxed{9} - \boxed{6}\sqrt{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{ス}} - \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}} \end{aligned}$$

1.

- (1) 1 個のさいころを投げるとき、3 の倍数の目が出る確率は  $\frac{1}{3}$  である。  
 $X = k$  ( $0 \leq k \leq 4$ ) となる確率を  $P(k)$  で表す。

$$P(2) = {}_4C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{7}}{\boxed{\text{イウ}}}$$

同様にして

$$P(0) = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81},$$

$$P(1) = {}_4C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{32}{81},$$

$$P(3) = {}_4C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{8}{81},$$

$$P(4) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$$

よって、求める期待値は

$$0 \cdot \frac{16}{81} + 1 \cdot \frac{32}{81} + 2 \cdot \frac{24}{81} + 3 \cdot \frac{8}{81} + 4 \cdot \frac{1}{81} = \frac{32+48+24+4}{81} = \frac{4}{3} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{4}}{\boxed{3}} \quad \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$$

- (2)  $x \geq 0, y \geq 0$  のとき、不等式  $|x| + |y| \leq 3$  は  $x + y \leq 3$  となる。

同様に他の場合も考慮すると、不等式  $|x| + |y| \leq 3$  で表される領域は右図の斜線部になることがわかる。ただし、境界も含む。

一方、不等式  $x^2 + y^2 \leq a$  で表される領域は、原点を中心とする半径  $\sqrt{a}$  の円の内部とその境界である。

よって、命題「 $x^2 + y^2 \leq a$  ならば  $|x| + |y| \leq 3$ 」が真であるためには、この円周  $x^2 + y^2 = a$  が四角形  $|x| + |y| = 3$  の内部（辺上も含む）に存在するように  $a$  の値を定めればよい。

$$\text{すなわち、}\sqrt{a} \leq \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ より、条件を満たす } a \text{ の最大値は } \frac{9}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{9}}{\boxed{2}} \quad \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$$

次に、「命題  $|x| + |y| \leq 3$  ならば  $x^2 + y^2 \leq a$ 」が真となるためには、図の四角形が円の内部（周上も含む）に存在するように  $a$  の値を定めればよい。

$$\text{すなわち、}\sqrt{a} \geq 3 \text{ より、条件を満たす } a \text{ の最小値は、} 9 \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{9} \quad \boxed{ク}$$

$$(3) I = \int_{-1}^4 x(x+1)(x-4) dx \text{ とおく。}$$

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^4 x^2(x+1) dx - 4 \int_{-1}^4 x(x+1) dx \\ &= \left[ \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 \right]_{-1}^4 - 4 \left[ \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^4 \\ &= 4^3 + \frac{4^3}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 4 \left( \frac{4^3}{3} + 8 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \\ &= 4^3 \left( 1 + \frac{1}{3} - \frac{4}{3} \right) + \frac{1}{12} - 32 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{1-384+8}{12} = \frac{-125}{4} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{ケコサシ}}}{\boxed{\text{ス}}} \end{aligned}$$

また、 $-1 \leq x \leq 0$  のとき  $x(x+1)(x-4) \geq 0$  であり、 $0 \leq x \leq 4$  のとき  $x(x+1)(x-4) \leq 0$  であることから、求める面積を  $S$  とすると

$$\begin{aligned} S &= -I + 2 \int_{-1}^0 x(x+1)(x-4) dx \\ &= \frac{125}{4} + 2 \left( \left[ \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 \right]_{-1}^0 - 4 \left[ \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 \right) \\ &= \frac{125}{4} + 2 \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{4}{3} + 2 \right) \\ &= \frac{131}{4} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}} \end{aligned}$$

2.

$t = \sin \theta + \cos \theta$  の両辺を 2 乗すると

$$t^2 = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$t^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{t^2 - 1}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{t^2 - 1}{2} \quad \frac{\boxed{ア}}{\boxed{\text{イウ}}}$$

であるから、

$$\begin{aligned} f(\theta) &= 9 \sin \theta \cos \theta - 3a(\sin \theta + \cos \theta) + a^2 \\ &= \frac{9}{2}(t^2 - 1) - 3at + a^2 \\ &= \frac{9}{2}\left(t^2 - \frac{2}{3}at\right) + a^2 - \frac{9}{2} \\ &= \frac{9}{2}\left(t - \frac{a}{3}\right)^2 + \frac{a^2 - 9}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}} \left(t - \frac{a}{\boxed{カ}}\right)^2 + \frac{a^2 - \boxed{キ}}{\boxed{ク}} \end{aligned}$$

となる。一方、

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \right) \\ &= \sqrt{2} \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \quad \text{【答え】} \dots\dots \sqrt{\boxed{ケ}} \sin \left( \theta + \frac{\pi}{\boxed{コ}} \right) \end{aligned}$$

である。 $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、 $\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$  であり、このとき

$$\boxed{-1} \leq t \leq \sqrt{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{サン}} \leq t \leq \sqrt{\boxed{ス}}$$

である。 $t = \sqrt{2}$  となるのは  $\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$  のとき、すなわち  $t = \frac{\pi}{4}$  【答え】  $\dots\dots \frac{\pi}{\boxed{セ}}$

のときである。

よって、 $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、 $f(\theta)$  が  $\theta = \frac{\pi}{4}$  で最大となるような  $a$  の値の範囲は、 $-1 \leq t \leq \sqrt{2}$  のとき、 $f(\theta)$  を  $t$  で表した式が  $t = \sqrt{2}$  で最大となるような  $a$  の値の範囲に等しい。

ゆえに、求める  $a$  の値の範囲は

$$\frac{a}{3} \leq \frac{-1 + \sqrt{2}}{2} \quad a \leq \frac{3\sqrt{2} - 3}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots a \leq \frac{\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}} - \boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$$

3.

角の 2 等分線の性質から

$$AB:AC = BD:DC$$

$$4:AC = 2:DC$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{1}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{ア}}{\boxed{\text{イ}}}$$

$\theta = \angle BAD = \angle CAD$  とおく。三角形 ABD に余弦定理を用いて

$$\cos \theta = \frac{16+16-4}{2 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{7}{8}$$

$x = CD$  として、三角形 ACD に余弦定理を用いる。ただし、 $AC = 2x$  であることに注意する。

$$\begin{aligned} x^2 &= 4^2 + (2x)^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2x \cdot \cos \theta \\ -3x^2 + 14x - 16 &= 0 \\ (3x - 8)(x - 2) &= 0 \end{aligned}$$

$x = 2$  とすると辺 AB と辺 AC、線分 AD の長さがすべて 4 となるが、点 D をこのようにとることはできないので、不適である。

$$\text{よって、} CD = x = \frac{8}{3} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{\text{エ}}}$$

$$\text{さらに、} AC = 2x = \frac{16}{3} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{キ}}$$

上で定めた  $\theta = \angle CAD$  について、 $\sin \theta > 0$  であるから  $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{8}$  となる。よって、 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{4\sqrt{15}}{3}$  であるが、求める内接円の半径を  $r$  とすると

$$\begin{aligned} \triangle ACD &= \frac{r}{2} \left( 4 + \frac{8}{3} + \frac{16}{3} \right) \\ \frac{4\sqrt{15}}{3} &= 6r \\ r &= \frac{2\sqrt{15}}{9} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケコ}}}{\boxed{サ}} \end{aligned}$$

次に、求める外接円の半径を  $R$  とすると、三角形 ACD に正弦定理を用いて

$$\begin{aligned} 2R &= \frac{x}{\sin \theta} \\ 2R &= \frac{\frac{8}{3}}{\frac{\sqrt{15}}{8}} \\ R &= \frac{32\sqrt{15}}{45} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{シス}}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タチ}}} \end{aligned}$$

## 2月2日 情報工・理工学部 共通

### 1.

(1)  $P(x) = -ax^3 + bx^2 - ax + 2$  とおく。因数定理によって、 $P(x)$  が  $x-1$  で割り切れるための必要十分条件は  $P(1) = 0$  である。すなわち、 $P(1) = 0$  となる確率を求めればよい。

$P(1) = -a + b - a + 2 = -2a + b + 2$  である。 $-2a + b + 2 = 0$  を満たすような  $a, b$  の組は

$$(a, b) = (2, 2), (3, 4), (4, 6)$$

の3組である。よって、求める確率は  $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$  【答え】…… ア

次に、 $I = \int_0^a (2x+1) dx$  とおくと、

$$I = \left[ x^2 + x \right]_0^a = a^2 + a$$

であり、確率変数  $a, a^2$  の期待値  $E(a), E(a^2)$  はそれぞれ

$$E(a) = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 k = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{2} (1+6) = \frac{7}{2}$$

$$E(a^2) = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 k^2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} (6+1)(2 \cdot 6 + 1) = \frac{7 \cdot 13}{6} = \frac{91}{6}$$

となる。よって、 $I$  の期待値  $E(I)$  は

$$E(I) = E(a^2) + E(a) = \frac{91}{6} + \frac{7}{2} = \frac{112}{6} = \frac{56}{3} \quad \text{【答え】} \dots\dots \text{ イ }$$

(2)  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  と2倍角の公式、三角関数の合成などを用いて与えられた式を変形すると

$$4 + 12 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x \geq 3\sqrt{6} + 10$$

$$12(\sin^2 x + \sin x \cos x) \geq 3\sqrt{6} + 6$$

$$12 \left( \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} \right) \geq 3\sqrt{6} + 6$$

$$\sin 2x - \cos 2x \geq \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \text{ ウ }$$

$$\sqrt{2} \sin \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) \geq \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sin \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

この不等式の解は、 $\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$  ( $k$  は整数) を満たす  $x$  であり、整理すると  $\frac{7}{24}\pi + k\pi \leq x \leq \frac{11}{24}\pi + k\pi$  となる。このとき、 $0 \leq x \leq \pi$  と共通部分をもつのは  $k=0$  の場合のみであるから、 $0 \leq x \leq \pi$  を満たす  $x$  の最大値は  $\frac{11}{24}\pi$  【答え】…… エ

### 2.

(1)

$$\vec{OP} = \vec{OC} + \vec{CP} = \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{b},$$

$$\vec{OQ} = \vec{OA} + \vec{AQ} = \vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b},$$

$$\vec{OR} = \vec{OC} + \vec{CR} = \vec{c} + \vec{b} + \vec{a}$$

(2) 前問の結果から、 $\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP} = \left( \vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b} \right) - \left( \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{b} \right) = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$  である。

また、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$  と、 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$  であることに注意すると

$$\begin{aligned} \vec{OR} \cdot \vec{PQ} &= \left( \vec{c} + \vec{b} + \vec{a} \right) \cdot \left( \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} \right) \\ &= 0 + 0 + (-1) + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0 + 0 + 0 - 0 \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

であるから、 $\vec{OR} \cdot \vec{PQ} = 0$  となる  $t$  の値は  $\frac{1}{2}$  であり、これは  $0 < t < 1$  を満たす。

(3) 点 R が平面 OPQ 上にあるとき、実数  $\ell, m$  を用いて

$$\begin{aligned} \vec{OR} &= \ell \vec{OP} + m \vec{OQ} \\ &= \ell \left( \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{b} \right) + m \left( \vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b} \right) \\ &= m\vec{a} + \left( \frac{1}{3}\ell + \frac{5}{6}m \right) \vec{b} + \ell \vec{c} \end{aligned}$$

と表すことができる。これと、(1) の結果として得られた式  $\vec{OR} = t\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  と係数比較する。4点 O, A, B, C は同一平面上の点でないことから、 $m = t, \frac{1}{3}\ell + \frac{5}{6}m = 1, \ell = 1$  となり、 $m = t = \frac{4}{5}, \ell = 1$  が得られる。 $t = \frac{4}{5}$  は  $0 < t < 1$  を満たす。

### 3.

(1) A と D に塗る色の選び方が  $n$  通りであり、B, E に塗る色の選び方は A と異なる色から選んでそれぞれ  $n-1$  通り。C については B, D と異なる  $n-2$  色を用いて塗る。よって、求める塗り方は  $n(n-1)^2(n-2)$  通り。

(2) A, D, C の塗り方は  $n(n-1)(n-2)$  通りであり、B は A, C と異なる  $n-2$  色を用いて、E は A, D と異なる  $n-2$  色を用いて塗る。よって、その塗り方は  $n(n-1)(n-2)^3$  通り。

(3) A と C に塗る色の選び方が  $n$  通りであり、B, E に塗る色の選び方は A と異なる色から選んで  $n-1$  通り。D については、残りの  $n-2$  通りとなる。よって、求める塗り方は  $n(n-1)^2(n-2)$  通り。

(4) F に色を塗らない場合について、①A, D が同じ色で塗られる場合、②A, D が異なる色で塗られる場合の2通りに大きく分けられる。

① の場合が (1) であり、② の場合はさらに、(2), (3) に分けられる。これら3つの場合は互いに重複がなく、すべての場合を尽くしている。よって、求める塗り方は

$$\begin{aligned} 2n(n-1)^2(n-2) + n(n-1)(n-2)^3 &= n(n-1)(n-2)\{2(n-1) + (n-2)^2\} \\ &= n(n-1)(n-2)(n^2 - 2n + 2) \end{aligned}$$

通り。

(5) F に塗る色の選び方が  $n$  通り。F は残りのすべての部分 A-E と隣接していることから、残りの部分の塗り方は (4) で得られた結果において  $n$  を  $n-1$  と置き換えたものと考えることができる。

すなわち、求める塗り方は

$$\begin{aligned} n \times (n-1)(n-2)(n-3) \{ (n-1)^2 - 2(n-1) + 2 \} \\ = n(n-1)(n-2)(n^2 - 2n + 1 - 2n + 2 + 2) \\ = n(n-1)(n-2)(n^2 - 4n + 5) \end{aligned}$$

通り。

### 4.

(1)  $y = 2^x$  より、 $y' = 2^x \log 2$

$$(2) a_2 = \int_0^2 2^x dx = \left[ \frac{2^x}{\log 2} \right]_0^2 = \frac{3}{\log 2}$$

(3)  $a_n = \int_0^n 2^x dx = \left[ \frac{2^x}{\log 2} \right]_0^n = \frac{2^n - 1}{\log 2}$  であるから、

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n a_k = \frac{1}{\log 2} \sum_{k=1}^n (2^k - 1) \\ &= \frac{1}{\log 2} \left\{ \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} - n \right\} = \frac{1}{\log 2} (2^{n+1} - n - 2) \end{aligned}$$

を得る。

(4)  $b_n = 2^{n+1} - n$  とおくと、

$$b_{n+1} - b_n = \{2^{n+2} - (n+1)\} - \{2^{n+1} - n\} = 2^{n+1} - 1 > 0$$

であるから、 $b_n$  は  $n$  に伴って単調に増加し、 $S_n$  も  $n$  に伴って単調に増加することがわかる。

$S_n \geq 100$  とおくと

$$2^{n+1} - n - 2 \geq 100 \cdot \log 2$$

$$2^{n+1} - n - 2 \geq 69.3$$

$$2^{n+1} - n \geq 71.3$$

ここまでのことから、 $b_n \geq 71.3$  を満たす最小の整数  $n$  を求めればよいことになる。

$$b_5 = 2^6 - 5 = 59$$

$$b_6 = 2^7 - 6 = 122$$

となるので、求める  $n$  の値は6である。さらにこのとき、

$$S_6 = \frac{b_6 - 2}{\log 2} = \frac{120}{\log 2} = 173.160 \dots$$

となるので、 $S_6$  の整数部分は173である。

## 2月3日 情報工・理工学部 共通

### 1.

(1)  $z = \sqrt{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  であるから、ド・モアブルの定理より  $z^6 = 8(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$  である。すなわち、 $z^6 = 8$  【答え】…… ア

次に、複素数平面上において  $|z - 7i| = |z - 7|$  を満たす  $z$  全体からなる図形は、原点と点  $1 + i$  を通る直線である。

また、 $|z - 1 - i| = 2\sqrt{2}$  で表される  $z$  全体からなる図形は点  $1 + i$  を中心とし、半径  $2\sqrt{2}$  の円である。

よって、この2つの式をともに満たし、実部が正の複素数  $w$  は

$$w = 1 + i + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} \cdot (1 + i) = 3 + 3i \quad \text{【答え】} \dots\dots \text{ イ }$$

(2) A(2, 0), B(0, 1) について、線分 AB を 2:3 に内分する点の  $x$  座標、 $y$  座標をそれぞれ  $x_1, y_1$  とすると

$$x_1 = \frac{3 \cdot 2 + 2 \cdot 0}{2 + 3} = \frac{6}{5}, \quad y_1 = \frac{3 \cdot 0 + 2 \cdot 1}{2 + 3} = \frac{2}{5}$$

よって、線分 AB を 2:3 に内分する点の座標は  $\left( \frac{6}{5}, \frac{2}{5} \right)$  【答え】…… ウ

点 C, D の座標をそれぞれ  $(s, 0), (0, t)$  とおくと  $s^2 + t^2 = 14^2 \dots\dots \text{①}$

点 P( $x, y$ ) が線分 CD を 5:2 に内分するとき

$$x = \frac{2 \cdot s + 5 \cdot 0}{5 + 2} = \frac{2s}{7}, \quad y = \frac{2 \cdot 0 + 5 \cdot t}{5 + 2} = \frac{5t}{7}$$

であり、 $s = \frac{7}{2}x, t = \frac{7}{5}y$  である。これらを ① に代入して

$$\left( \frac{7}{2}x \right)^2 + \left( \frac{7}{5}y \right)^2 = 14^2 \\ \left( \frac{1}{2}x \right)^2 + \left( \frac{1}{5}y \right)^2 = 2^2 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{100} = 1$$

よって、条件を満たす点は楕円  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{100} = 1$  上にある。逆に、この楕円上の点は条件を満たす。

以上により、点 P の軌跡の方程式は  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{100} = 1$  である。 【答え】…… エ

### 2.

(1) 与えられた漸化式から

$$a_2 = a_1 \log_2 3 = \log_2 3,$$

$$a_3 = a_2 \log_3 4 = \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 3} = 2,$$

$$a_4 = a_3 \log_4 5 = 2 \cdot \frac{\log_2 5}{2} = \log_2 5$$

(2) 与えられた漸化式を変形すると、 $a_{n+1} = a_n \cdot \frac{\log_2(n+2)}{\log_2(n+1)}$  を得る。

よって、

$$\frac{a_{n+1}}{\log_2(n+2)} = \frac{a_n}{\log_2(n+1)}$$

となることから、数列  $\left\{ \frac{a_n}{\log_2(n+1)} \right\}$  は定数列である。

すなわち、 $\frac{a_n}{\log_2(n+1)} = \frac{a_1}{\log_2 2} = 1$  より、 $a_n = \log_2(n+1)$  である。

(3) (2) の結果を用いて

$$b_n = n(a_n - \log_2 n) \\ = n(\log_2(n+1) - \log_2 n) \\ = n \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \\ = \log_2 \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n$$

よって、 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \log_2 e$  であるから

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{b_n} = 2^{\log_2 e} = e$$

### 3.

(1) 点 C の定義によって、 $\overrightarrow{OC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{a}$  である。

(2) 点 P の定義によって、

$$\overrightarrow{OP} = (1-s)\overrightarrow{OC} + s\overrightarrow{OB} \\ = \frac{2}{3}(1-s)\overrightarrow{a} + s\overrightarrow{b}$$

である。

(3)  $t$  を  $0 < t < 1$  を満たす実数とし、点 P が線分 AD を  $t:(1-t)$  に内分するとする。

$$\overrightarrow{OP} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OD} \\ = (1-t)\overrightarrow{a} + \frac{3}{5}t\overrightarrow{b}$$

3 点 O, A, B は一直線上にないので、 $\overrightarrow{OP}$  に関する上記の 2 式について係数を比較してよい。すなわち、 $\frac{2}{3}(1-s) = 1-t, s = \frac{3}{5}t$  となる。これらより、 $s = \frac{1}{3}, t = \frac{5}{9}$  であるので、

$$\overrightarrow{OP} = \frac{4}{9}\overrightarrow{a} + \frac{1}{3}\overrightarrow{b}$$

である。

### 4.

(1) 与えられた式を整理すると

$$\cos x \cdot F(x) = \sin x \cdot \left( F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(x) \right) \\ F(x) \cdot (\sin x + \cos x) = F\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin x \dots\dots \text{①}$$

ここで、 $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) > 0 \quad \left( 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$  に注意して ① の両辺を  $\sin x + \cos x$

で割ると、

$$\frac{F(x)}{F\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

を得る。

(2)  $F'(x) = f(x)$  であるから、(1) より

$$\frac{f(x)}{F\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{\cos x(\sin x + \cos x) - \sin x(\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2} \\ = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} \dots\dots \text{②}$$

② において、 $x = 0$  とすると、 $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  を得る。

また同時に、 $f(x) = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$  であることがわかる。

(3)

$$\int \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{(1 + \sin 2x)'}{1 + \sin 2x} dx \\ = \frac{1}{2} \log |1 + \sin 2x| + C$$

である。ただし、 $C$  は積分定数とする。

(4) 区分求積法により

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \cos \frac{2k}{n} = \int_0^1 f(x) \cos 2x dx \\ = \int_0^1 \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2} dx \\ = \int_0^1 \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} dx \\ = \frac{1}{2} \left[ \log |1 + \sin 2x| \right]_0^1 \\ = \frac{1}{2} \log(1 + \sin 2) \\ (= \log(\sin 1 + \cos 1))$$

1.

与えられた連立不等式の第2式  $\log_2(x-1) \leq \log_2 y \leq \log_2(x+3) + \frac{1}{2}$  …… ①  
 について、真数条件  $x > 1$ ,  $y > 0$  に注意する。①の各辺の底を2に揃えると

$$\log_2(x-1) \leq \frac{\log_2 y}{2} \leq \frac{\log_2(x+3)}{2} + \log_2 \sqrt{2}$$

各辺を2倍すると

$$\begin{aligned} 2\log_2(x-1) &\leq \log_2 y \leq \log_2(x+3) + 2\log_2 \sqrt{2} \\ \log_2(x-1)^2 &\leq \log_2 y \leq \log_2(x+3) + \log_2 2 \\ \log_2(x-1)^2 &\leq \log_2 y \leq \log_2 2(x+3) \end{aligned}$$

底  $2 > 1$  であるから、 $(x-1)^2 \leq y \leq 2(x+3)$  を得る。これより、①は

$$x^2 - 2x + 1 \leq y \leq 2x + 6$$

$$\text{【答え】} \dots\dots x^2 - \boxed{2}x + \boxed{1} \leq y \leq \boxed{2}x + \boxed{6}$$

と変形される。

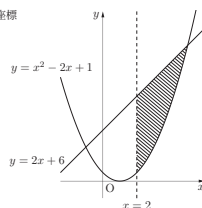
曲線  $y = x^2 - 2x + 1$  と直線  $y = 2x + 6$  の交点の座標を求めると。

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= 2x + 6 \\ x^2 - 4x - 5 &= 0 \\ (x-5)(x+1) &= 0 \\ x &= 5, -1 \end{aligned}$$

右のグラフより、 $x \geq 2$  に含まれる交点の  $x$  座標は5であるから、求める交点の

座標は

$$\left( \boxed{5}, \boxed{16} \right) \quad \text{【答え】} \dots\dots \left( \boxed{5}, \boxed{16} \right)$$



よって、求める面積  $S$  は

$$\begin{aligned} S &= \int_2^5 \{(2x+6) - (x^2-2x+1)\} dx \\ &= \int_2^5 (-x^2 + \boxed{4}x + \boxed{5}) dx \quad \text{【答え】} \dots\dots \int_2^5 (-x^2 + \boxed{2}x + \boxed{7}) dx \\ &= \left[ -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x \right]_2^5 \\ &= -\frac{1}{3}(125-8) + 2(25-4) + 5(5-2) \\ &= -39 + 42 + 15 \\ &= \boxed{18} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{18} \end{aligned}$$

2.

直線  $\ell$  の方程式は

$$y - 0 = a(x - 4)$$

$$y = ax - \boxed{4}a \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{4}a$$

である。よって、 $\ell$  と曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  が接するのは、

$$\begin{aligned} ax - 4a &= -2x^2 + 3x + 2 \\ 2x^2 + (a - \boxed{3})x - \boxed{4}a - 2 &= 0 \\ \text{【答え】} \dots\dots 2x^2 + (a - \boxed{3})x - \boxed{4}a - 2 &= 0 \end{aligned}$$

が重解をもつときである。すなわち、この  $x$  の2次方程式の判別式を  $D$  とし、 $D = 0$  のとき  $\ell$  と曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  が接する。

$$\begin{aligned} D &= (a-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4a-2) \\ &= a^2 - 6a + 9 + 32a + 16 \\ &= a^2 + 26a + 25 \\ &= (a+25)(a+1) \end{aligned}$$

よって、求める  $a$  の値は  $a = \boxed{-1}, \boxed{-25}$  【答え】 ……  $\boxed{-1}, \boxed{-25}$

関数  $y = |-2x^2 + 3x + 2|$  のグラフ  $C$  の  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$  の部分は曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  と一致し、グラフ  $C$  と直線  $\ell$  の共有点が3個となるのは図のように曲線  $y = -2x^2 + 3x + 2$  と直線  $\ell$  (実線) が接する場合と考えることができる。よって、求める  $a$  の値は (  $\boxed{エ}$  ) と同じであり、

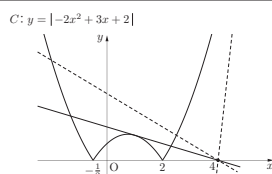
$$a = \boxed{-1} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{-1}$$

次に、 $C$  と  $\ell$  がちょうど2個の共有点をもつ場合は次の3つの場合である。

- (i)  $a = 0$  のとき、 $\ell$  は  $x$  軸と一致し、グラフより条件を満たすことがわかる。
- (ii)  $a > 0$  のとき、 $\ell$  がグラフ  $C$  の  $x > 2$  の部分と2点で交わる場合。グラフ  $C$  の  $x > 2$  の部分が接するのは  $a = 25$  のときであったから、(図の傾き正の破線で表された直線を参考にして、) 条件を満たすのは  $a > 25$  のときである。
- (iii)  $a < 0$  のとき、 $\ell$  がグラフ  $C$  の  $x < -\frac{1}{2}$  の部分、 $x > 2$  の部分とそれぞれ1点で交わる場合。(図の傾き負の破線で表された直線を参考にして、) 条件を満たすのは  $a < -1$  のときである。

以上 (i), (ii), (iii) より、求める  $a$  の値の範囲は

$$a < \boxed{-1}, a = \boxed{0}, a > \boxed{25} \quad \text{【答え】} \dots\dots a < \boxed{-1}, a = \boxed{0}, a > \boxed{25}$$



3.

$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 5 \cdot 4 \cdot \frac{2}{5} = 8$  であるから

$$\begin{aligned} \triangle OAB &= \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{OA}|^2 |\vec{OB}|^2 - (\vec{OA} \cdot \vec{OB})^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{5^2 \cdot 4^2 - 8^2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5^2 - 2^2} \\ &= \boxed{8} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{8} \end{aligned}$$

点  $M$  は三角形  $OAB$  の重心であるから  $\vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB})$  …… ①

$$\boxed{3}\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{3}\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB}$$

点  $M$  は線分  $PQ$  (両端を除く) 上にあることから、実数  $k$  ( $0 < k < 1$ ) を用いて

$$\vec{OM} = k\vec{OP} + (1-k)\vec{OQ} = k\vec{OA} + (1-k)\vec{OB} \dots\dots ②$$

とおける。ただし、点  $P, Q$  は三角形  $OAB$  の頂点にはないから  $0 < p < 1, 0 < q < 1$  である。

①, ②の係数を比較すると  $k\vec{OA} = (1-k)\vec{OA}$  を得る。よって、 $p = \frac{1}{3k}, q = \frac{1}{3(1-k)}$  であり、 $0 < \frac{1}{3k} < 1, 0 < \frac{1}{3(1-k)} < 1$  より、 $\frac{1}{3} < k < \frac{2}{3}$  である。

$$\begin{aligned} \triangle OPQ &= 2\sqrt{21} \cdot \frac{1}{3k} \cdot \frac{1}{3(1-k)} \\ &= \frac{2\sqrt{21}}{9} \cdot \frac{1}{k(1-k)} \end{aligned}$$

ここで、 $k(1-k) = -\left(k^2 - k + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} = -\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$  より、 $k(1-k)$  は  $k = \frac{1}{2}$  において、最大値  $\frac{1}{4}$  をとる。

$$\text{以上より、} \triangle OPQ \text{ は } p = \frac{2}{3}, q = \frac{2}{3} \quad \text{【答え】} \dots\dots p = \frac{2}{3}, q = \frac{2}{3}$$

のとき最小値  $\frac{8\sqrt{21}}{9}$  【答え】 ……  $\frac{8\sqrt{21}}{9}$

をとる。このとき、 $\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP} = \frac{2}{3}\vec{OB} - \frac{2}{3}\vec{OA}$  であり、

$$\begin{aligned} \vec{OM} \cdot \vec{PQ} &= \frac{2}{9} (\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OB} - \vec{OA}) \\ &= \frac{2}{9} (\vec{OA} \cdot \vec{OB} - |\vec{OA}|^2 + |\vec{OB}|^2 - \vec{OA} \cdot \vec{OB}) \\ &= \frac{2}{9} (-25 + 16) \\ &= \boxed{-2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{-2} \end{aligned}$$

## 2月2日 農学部

1.

等差数列の性質から  $\boxed{2}a_2 = a_1 + a_3$  【答え】……  $\boxed{ア}$

また、等比数列の性質から  $a_2^2 = (a_1 - 2)(a_3 + 3)$  であるから

$$a_2^2 = a_1 a_3 + \boxed{3}a_1 - \boxed{2}a_3 - \boxed{6} \quad \text{【答え】} \dots\dots a_1 a_3 + \boxed{イ}a_1 - \boxed{ウ}a_3 - \boxed{エ}$$

$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$  を上の式に代入して

$$\frac{a_1^2 + 2a_1 a_3 + a_3^2}{4} = a_1 a_3 + 3a_1 - 2a_3 - 6$$

$$a_1^2 + 2a_1 a_3 + a_3^2 = 4a_1 a_3 + 12a_1 - 8a_3 - 24$$

$$a_1^2 - 2a_1 a_3 + a_3^2 - 12a_1 + 8a_3 + 24 = 0$$

$$a_1^2 - 2(a_3 + \boxed{6})a_1 + a_3^2 + \boxed{8}a_3 + \boxed{24} = 0$$

$$\text{【答え】} \dots\dots a_1^2 - 2(a_3 + \boxed{オ})a_1 + a_3^2 + \boxed{カ}a_3 + \boxed{キク} = 0$$

よって、

$$\begin{aligned} a_1 &= a_3 + 6 \pm \sqrt{(a_3 + 6)^2 - a_3^2 - 8a_3 - 24} \\ &= a_3 + 6 \pm \sqrt{4a_3 + 12} \end{aligned}$$

$$= a_3 + \boxed{6} \pm \boxed{2}\sqrt{a_3 + \boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots a_3 + \boxed{ケ} \pm \boxed{コ}\sqrt{a_3 + \boxed{サ}}$$

この式と条件  $10 \leq a_3 + 3 \leq 20$  から  $a_3 + 3$  は  $13 \leq a_3 \leq 23$  を満たす平方数である。

すなわち、 $a_3 + 3 = 16$  であり、 $a_3 = \boxed{13}$  【答え】……  $\boxed{シス}$

このとき、数列  $\{a_n\}$  の公差を  $d$  とすると  $d$  は整数であり、 $a_3 = a_1 + 2d$  ( $d < 0$ ) である。これ

を上の式の右辺第1項に代入すると、 $0 = 2d + 6 \pm 2\sqrt{a_3 + 3}$  より  $0 = d + 3 \pm \sqrt{a_3 + 3}$  を得る。

$0 = d + 3 \pm 4$  であり、 $d < 0$  より  $d = -7$  である。さらに、 $a_1 = 13 + 14 = 27$  であるから、

$$a_n = -\boxed{7}n + \boxed{34} \quad \text{【答え】} \dots\dots -\boxed{セ}n + \boxed{ソタ}$$

となる。

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n k a_k &= \sum_{k=1}^n (-7k^2 + 34k) \\ &= -7 \cdot \frac{n}{6}(n+1)(2n+1) + 34 \cdot \frac{n}{2}(n+1) \\ &= \frac{n(n+1)}{6} (\boxed{95} - \boxed{14}n) \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{n(n+1)}{6} (\boxed{チツ} - \boxed{テト}n) \end{aligned}$$

2.

三角形 ABC と三角形 ABD は二等辺三角形であることから  $AB \perp CM$ 、 $AB \perp DM$  である。三平方の定理によって

$$MC = \sqrt{BC^2 - BM^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{\boxed{2}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \sqrt{\boxed{ア}}$$

$$MD = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \sqrt{9-1} = \boxed{2}\sqrt{\boxed{2}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$$

また、三角形 CMD について余弦定理を用いて、

$$\cos \angle CMD = \frac{2+8-a^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{\boxed{10}-a^2}{\boxed{8}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{エオ}-a^2}{\boxed{カ}}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \sin^2 \angle CMD &= 1 - \cos^2 \angle CMD \\ &= 1 - \frac{100 - 20a^2 + a^4}{64} \\ &= \frac{-a^4 + 20a^2 - 36}{64} \end{aligned}$$

よって、 $\sin \angle CMD > 0$  に注意して

$$\begin{aligned} \sin \angle CMD &= \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{8} \\ \triangle CMD &= \frac{1}{2} \cdot CM \cdot DM \cdot \sin \angle CMD \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{4} \end{aligned}$$

平面 CMD と辺 AB が垂直であることから

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \triangle CMD \cdot AB \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{-a^4 + 20a^2 - 36}}{4} \cdot 2 \\ &= \frac{\sqrt{-a^4 + \boxed{20}a^2 - \boxed{36}}}{\boxed{6}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\sqrt{-a^4 + \boxed{キク}a^2 - \boxed{ケコ}}}{\boxed{サ}} \end{aligned}$$

実数  $a$  の値が変化するとき、四面体 ABCD が存在するためには、

$$\begin{aligned} DM - CM &< a < DM + CM \\ \sqrt{2} < a < 3\sqrt{2} \quad \dots\dots \text{①} \end{aligned}$$

であればよい。

$$\begin{aligned} g(a) &= -a^4 + 20a^2 - 36 \\ &= -(a^2 - 10)^2 + 64 \end{aligned}$$

より、 $g(a)$  は  $a^2 = 10$ 、すなわち  $a = \sqrt{10}$  のとき最大値をとる。このとき、 $a$  は ① を満たす。

以上より、 $V$  が最大となるのは

$$a = \sqrt{\boxed{10}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \sqrt{\boxed{シス}}$$

のときである。また、このとき  $V$  の最大値は

$$\frac{\sqrt{64}}{6} = \frac{\boxed{4}}{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$$

である。

3.

関数  $f(x)$  を通分によって変形すると

$$f(x) = \frac{x^3 - \boxed{6}x^2 + \boxed{9}x - \boxed{4}}{x}$$

$$\text{【答え】} \dots\dots f(x) = \frac{x^3 - \boxed{ア}x^2 + \boxed{イ}x - \boxed{ウ}}{x}$$

また、誘導にしたがって、 $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$  とおくと  $f(x) = \frac{g(x) - 4}{x - 0}$  であるから、 $f(x)$  は  $x > 1$  を満たす各  $x$  についての、点  $P(x, g(x))$  と

$$\text{点 A}(\boxed{0}, \boxed{4}) \quad \text{【答え】} \dots\dots (\boxed{エ}, \boxed{ウ})$$

を通る直線の傾きとみなせる。

$f(x)$  ( $x > 1$ ) が最小となるのは、直線 AP の傾きが  $x > 1$  において最小になるときであり、そのとき直線 AP は曲線  $C$  に接している。 $g'(x) = 3x^2 - 12x + 9$  より、 $C$  上の点  $(t, g(t))$  における接線  $\ell$  の方程式は

$$\begin{aligned} y - g(t) &= g'(t)(x - t) \\ y &= (3t^2 - 12t + 9)(x - t) + t^3 - 6t^2 + 9t \\ y &= (3t^2 - 12t + 9)x - 3t^3 + 12t^2 - 9t + t^3 - 6t^2 + 9t \\ y &= (\boxed{3}t^2 - \boxed{12}t + \boxed{9})x - \boxed{2}t^3 + \boxed{6}t^2 \\ \text{【答え】} \dots\dots y &= (\boxed{オ}t^2 - \boxed{カキ}t + \boxed{ク})x - \boxed{ケ}t^3 + \boxed{コ}t^2 \end{aligned}$$

直線  $\ell$  が点 A を通るとき、 $4 = -2t^3 + 6t^2$  であり、これを整理すると

$$\begin{aligned} t^3 - 3t^2 + 2 &= 0 \\ (t-1)(t^2 - 2t - 2) &= 0 \end{aligned}$$

この  $t$  に関する方程式の解のうち、 $t > 1$  を満たすものは

$$t = \boxed{1} + \sqrt{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{サ} + \sqrt{\boxed{シ}}$$

であり、 $f(x) = (x-3)^2 - \frac{4}{x}$  にこれを代入すると

$$\begin{aligned} f(1 + \sqrt{3}) &= (\sqrt{3} - 2)^2 - \frac{4}{1 + \sqrt{3}} \\ &= 7 - 4\sqrt{3} - \frac{4(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1} \\ &= \boxed{9} - \boxed{6}\sqrt{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{ス} - \boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}} \end{aligned}$$

# B 方式

2月21日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

1.

(1) 長さ 5 の辺と、長さ 6 の辺の間の角の大きさを  $\theta$  とする。

この角の対辺は最短辺であるから、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$  である。

$$\cos \theta = \frac{5^2 + 6^2 - 4^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{45}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{3}{4} \text{ であるから}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4} \text{ である。}$$

求める外接円の半径を  $R$  とすると

$$2R = \frac{4}{\sin \theta}$$

$$R = 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

この三角形の面積を  $S$  とすると  $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \sin \theta = \frac{15\sqrt{7}}{4}$  であるが、求める内接円の半径を  $r$  とすると、 $S = \frac{r}{2}(4+5+6) = \frac{15}{2}r$  とも表される。これらと比較して

$$\frac{15}{2}r = \frac{15\sqrt{7}}{4}$$

$$r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

(2)  $\alpha^2 - 2 = \sqrt{3}$  の両辺を 2 乗すると、 $\alpha^4 - 4\alpha^2 + 4 = 3$  であり、

$$\alpha^4 - \boxed{4}\alpha^2 + \boxed{1} = 0 \quad \text{【答え】} \dots\dots \alpha^4 - \boxed{\text{カ}}\alpha^2 + \boxed{\text{キ}} = 0$$

これを利用して、

$$\begin{aligned} \alpha^5 - \alpha^4 - 4\alpha^3 + 5\alpha^2 + \alpha + 1 \\ &= \alpha(\alpha^4 - 4\alpha^2 + 1) - \alpha^4 + 5\alpha^2 + 1 \\ &= -\alpha^4 + 5\alpha^2 + 1 \\ &= -(\alpha^4 - 4\alpha^2) + \alpha^2 + 1 \\ &= \alpha^2 + 2 \end{aligned}$$

$$= \boxed{4} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{ク}} + \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

- 1 -

(3)  $\log_2 3 = \log_8(3+k)$  について、真数条件より  $k > -3$  である。底を 2 に揃えると

$$\log_2 3 = \log_8(3+k)$$

$$\log_2 3 = \frac{\log_2(3+k)}{\log_2 8}$$

$$\log_2(3+k) = \log_2 3^3$$

$$3+k = 27$$

$$k = \boxed{24} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{コサ}}$$

この値は  $k > -3$  を満たす。

次に、 $\log_2 x = \log_8(x+k)$  について、真数条件より  $x > 0$  かつ  $x+k > 0$  である。上と同様に底を 2 に揃える操作をおこなうと

$$\log_2 x = \frac{\log_2(x+k)}{\log_2 8}$$

$$\log_2 x^3 = \log_2(x+k)$$

$$x^3 = x+k$$

この式と、 $x > 0$  かつ  $x+k > 0$  という条件から、求める  $k$  の値の範囲は

「曲線  $C: y = x^3$  と直線  $l: y = x+k$  が  $x > 0$  において異なる 2 つの共有点をもつ  $k$  の値の範囲」

と言い換えることができる。正の数  $t$  に対し、直線  $l$  が点  $(t, t^3)$  において曲線  $C$  に接するとき、 $3t^2 = 1$  を満たすことから  $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$  である。このとき、 $t^3 = t+k$  より  $k = \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$  である。また、直線  $l$  が原点を通るとき  $k = 0$  である。

以上より、求める  $k$  の値の範囲は

$$\frac{\boxed{-2}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} < k < \boxed{0} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} < k < \boxed{\text{タ}}$$

- 2 -

2.

$$f(x) = -2x^2 + 3, \quad g(x) = (x-a)^2 + a \text{ とおく。}$$

$$\begin{aligned} g(x) - f(x) &= (x-a)^2 + a - (-2x^2 + 3) \\ &= x^2 - 2ax + a^2 + a + 2x^2 - 3 \\ &= 3x^2 - 2ax + a^2 + a - 3 \end{aligned}$$

曲線  $C_1$  と  $C_2$  がちょうど 1 つの共有点をもつための条件は、方程式  $3x^2 - 2ax + a^2 + a - 3 = 0$  の判別式  $D$  が  $D = 0$  を満たすことである。

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (-a)^2 - 3(a^2 + a - 3) \\ &= -2a^2 - 3a + 9 \\ &= -(2a-3)(a+3) \end{aligned}$$

であり、 $a > 0$ 、 $D = 0$  を満たす  $a$  の値は  $\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}$  【答え】  $\dots\dots \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$

このとき、

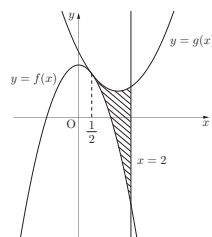
$$g(x) - f(x) = 3x^2 - 3x + \frac{3}{4} = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

となり、 $g(x) - f(x) = 0$  の解は  $x = \frac{1}{2}$  であるから、共有点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}, \frac{\boxed{5}}{\boxed{2}}\right) \quad \text{【答え】} \dots\dots \left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)$$

求める面積を  $S$  とする。

$$\begin{aligned} S &= \int_{\frac{1}{2}}^2 (g(x) - f(x))^2 dx \\ &= 3 \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 dx \\ &= \left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^3\right]_{\frac{1}{2}}^2 \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^3 \\ &= \frac{\boxed{27}}{\boxed{8}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \end{aligned}$$



- 3 -

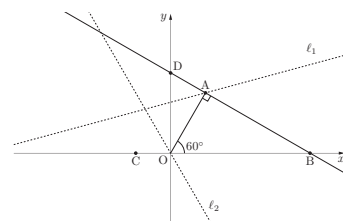
3.

$$\text{直線 AB の傾きは } \frac{0-\sqrt{3}}{4-1} = -\frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} \quad \text{【答え】} \dots\dots -\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

また、 $OA^2 = 4$ 、 $OB^2 = 16$ 、 $AB^2 = 9 + 3 = 12$  より、 $AB^2 = OA^2 + OB^2$  である。

よって、三角形 OAB は  $\angle OAB$  を直角とする直角三角形であり、

$$\angle OAB = \boxed{90^\circ} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{ウエ}}^\circ$$



直線  $\ell_1$  は  $\angle OAD$  を  $45^\circ$  ずつに等分し、 $x$  軸正の向きとのなす角が  $15^\circ$  である。

よって、その傾きは、 $\tan \boxed{15^\circ}$  【答え】  $\dots\dots \tan \boxed{\text{オカ}}^\circ$

$$\begin{aligned} \tan 15^\circ &= \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \boxed{2} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \end{aligned}$$

よって、直線  $\ell_1$  の方程式は  $y - \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})(x - 1)$  より、 $y = (2 - \sqrt{3})x - 2 + 2\sqrt{3}$  である。

また、 $\angle AOC = 120^\circ$  であり、直線  $\ell_2$  は  $\angle AOC$  を  $60^\circ$  ずつに等分する。

よって、直線  $\ell_2$  の傾きは  $\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$  であるから、その方程式は  $y = -\sqrt{3}x$  である。

- 4 -

点 P の  $x$  座標は、直線  $\ell_1, \ell_2$  の方程式を連立して得られる方程式  $(2 - \sqrt{3})x - 2 + 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}x$  の解であり、これを解いて  $x = \boxed{1} - \sqrt{\boxed{3}}$  【答え】 ……  $\boxed{ケ} - \sqrt{\boxed{コ}}$

さて、点 P の  $y$  座標は  $-\sqrt{3}(1 - \sqrt{3})$  より  $3 - \sqrt{3}$  である。

直線 AB の方程式は  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - 4)$  より、 $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$  と表される。

点 P と直線 AB の距離を  $d$  とすると

$$\begin{aligned} d &= \frac{|1 \cdot (1 - \sqrt{3}) + \sqrt{3} \cdot (3 - \sqrt{3}) - 4|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} \\ &= \frac{|-6 + 2\sqrt{3}|}{2} \\ &= \boxed{3} - \sqrt{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{サ} - \sqrt{\boxed{シ}} \end{aligned}$$

## 1.

(1)  $t = \log_2 x$  とおく。与えられた方程式を (\*) とすると、これは  $t^2 + (1 + \log_2 3)t + \log_2 3 = -a$  と表すことができる。

ここで  $f(t) = t^2 + (1 + \log_2 3)t + \log_2 3$  とおくと

$$\begin{aligned} f(t) &= \left(t + \frac{1 + \log_2 3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1 + \log_2 3}{2}\right)^2 + \log_2 3 \\ &= \left(t + \frac{1 + \log_2 3}{2}\right)^2 - \left(\frac{\log_2 3 - 1}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

$x$  の方程式 (\*) が異なる 2 つの (正の) 実数解をもつこと、 $t$  の方程式  $f(t) = -a$  が異なる 2 つの実数解をもつことは同値である。よって、求める  $a$  の値の範囲は

$$\begin{aligned} -a &> -\left(\frac{\log_2 3 - 1}{2}\right)^2 \\ a &< \left(\frac{\log_2 3 - 1}{2}\right)^2 \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{ア} \end{aligned}$$

$t$  の 2 次方程式  $t^2 + (1 + \log_2 3)t + \log_2 3 + a = 0$  について、解と係数の関係から

$$\begin{aligned} \log_2 x_1 + \log_2 x_2 &= -1 - \log_2 3 \\ \log_2 x_1 x_2 &= -\log_2 6 \\ \log_2 x_1 x_2 &= \log_2 \frac{1}{6} \\ x_1 x_2 &= \frac{1}{6} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{イ} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} &= \frac{\left(-\frac{1}{2} - i\right) - \left(-1 + \frac{i}{2}\right)}{\left(-\frac{1}{2} + \frac{3i}{2}\right) - \left(-1 + \frac{i}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3i}{2}}{\frac{1}{2} + i} \\ &= \frac{1 - 3i}{1 + 2i} = \frac{(1 - 3i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} \\ &= \frac{-5 - 5i}{5} = -1 - i \\ \left|\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}\right| &= \sqrt{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{ウ} \end{aligned}$$

この結果から、 $\arg\left(\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}\right) = -\frac{3}{4}\pi + 2n\pi$  ( $n$  は整数) であり、

$$\angle BAC = \frac{3}{4}\pi \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{エ}$$

## 2.

(1) 与えられた 3 次方程式を ① とおき、 $f(x) = x^3 - 6x^2 - kx - 8$  とする。

① が  $(x - \alpha)^2(x - \beta) = 0$  と変形できるものとする。このとき、

$$\begin{aligned} (x - \alpha)^2(x - \beta) &= (x^2 - 2\alpha x + \alpha^2)(x - \beta) \\ &= x^3 - \beta x^2 - 2\alpha x^2 + 2\alpha\beta x + \alpha^2 x - \alpha^2\beta \\ &= x^3 - (2\alpha + \beta)x^2 + (2\alpha\beta + \alpha^2)x - \alpha^2\beta \end{aligned}$$

であり、 $f(x)$  の係数と比較すると

$$\begin{aligned} 2\alpha + \beta &= 6 \quad \dots\dots \textcircled{2} \\ 2\alpha\beta + \alpha^2 &= -k \quad \dots\dots \textcircled{3} \\ \alpha^2\beta &= 8 \quad \dots\dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

となる。② と ④ から  $\beta$  を消去すると  $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 4 = 0$ 、すなわち  $(\alpha + 1)(\alpha - 2)^2 = 0$  となる。

$\alpha = 2$  のとき、④ より  $\beta = 2$  となり、③ より、 $k = -12$  である。

$\alpha = -1$  のとき、④ より  $\beta = 8$  となり、③ より、 $k = 15$  である。

以上より、求める  $k$  の値は  $-12, 15$  である。

(2)  $k = -12$  のとき、① は  $(x - 2)^3 = 0$  であったから、3 重解  $x = 2$  をもつ。

$k = 15$  のとき、① は  $(x + 1)^2(x - 8) = 0$  であったから、2 重解  $x = -1$  と重解でない解  $x = 8$  をもつ。

## 3.

(1) 部分積分の公式を用いて

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int (x - a)e^{-x} dx \\ &= \int (x - a)(-e^{-x})' dx \\ &= -e^{-x}(x - a) + \int e^{-x} dx + C \\ &= -e^{-x}(x - a + 1) + C \end{aligned}$$

ただし、 $C$  は積分定数とする。

(2)  $0 \leq x \leq a$  のとき  $f(x) \leq 0$ 、 $a \leq x \leq 1$  のとき  $f(x) \geq 0$  であることから

$$\begin{aligned} I &= -\int_0^a f(x) dx + \int_a^1 f(x) dx \\ &= \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^a f(x) dx \\ &= \left[-e^{-x}(x - a + 1)\right]_0^1 + 2\left[e^{-x}(x - a + 1)\right]_0^a \\ &= -e^{-1}(2 - a) + (-a + 1) + 2\{e^{-a} - (-a + 1)\} \\ &= 2e^{-a} + (e^{-1} + 1)a - 2e^{-1} - 1 \end{aligned}$$

(3)  $I$  を  $a$  で微分すると  $\frac{dI}{da} = -2e^{-a} + e^{-1} + 1$  となるので、 $\frac{dI}{da} = 0$  とすると

$$\begin{aligned} \frac{2}{e^a} &= \frac{1}{e} + 1 \\ \frac{e^a}{2} &= \frac{e}{e + 1} \\ e^a &= \frac{2e}{e + 1} \\ a &= \log\left(\frac{2}{e + 1}\right) + 1 \end{aligned}$$

この  $a$  を  $a_1$  として、 $a$  の関数としての  $I$  の増減は次のようになる。

| $a$             | 0                 | ...        | $a_1$ | ...        | 1             |
|-----------------|-------------------|------------|-------|------------|---------------|
| $\frac{dI}{da}$ |                   | -          | 0     | +          |               |
| $I$             | $1 - \frac{2}{e}$ | $\searrow$ | 最小    | $\nearrow$ | $\frac{1}{e}$ |

よって、求める  $a$  の値は  $\log\left(\frac{2}{e + 1}\right) + 1$  である。

1.

$$f(x) = -2x^2 + 3, \quad g(x) = (x-a)^2 + a \text{ とおく.}$$

$$\begin{aligned} g(x) - f(x) &= (x-a)^2 + a - (-2x^2 + 3) \\ &= x^2 - 2ax + a^2 + a + 2x^2 - 3 \\ &= 3x^2 - 2ax + a^2 + a - 3 \end{aligned}$$

曲線  $C_1$  と  $C_2$  がちょうど 1 つの共有点をもつための条件は、方程式  $3x^2 - 2ax + a^2 + a - 3 = 0$  の判別式  $D$  が  $D = 0$  を満たすことである。

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (-a)^2 - 3(a^2 + a - 3) \\ &= -2a^2 - 3a + 9 \\ &= -(2a - 3)(a + 3) \end{aligned}$$

であり、 $a > 0$ 、 $D = 0$  を満たす  $a$  の値は  $\frac{3}{2}$  【答え】 .....  $\frac{ア}{イ}$

このとき、

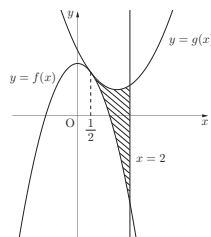
$$g(x) - f(x) = 3x^2 - 3x + \frac{3}{4} = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

となり、 $g(x) - f(x) = 0$  の解は  $x = \frac{1}{2}$  であるから、共有点の座標は

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad \text{【答え】} \dots\dots \left(\frac{ウ}{エ}, \frac{オ}{カ}\right)$$

求める面積を  $S$  とする。

$$\begin{aligned} S &= \int_{\frac{1}{2}}^2 \{g(x) - f(x)\}^2 dx \\ &= 3 \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 dx \\ &= \left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^3\right]_{\frac{1}{2}}^2 \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^3 \\ &= \frac{27}{8} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{キク}{ケ} \end{aligned}$$



2.

与えられた式  $S_n = 2a_n - 3n$  において  $n = 1$  とすると、

$$a_1 = 2a_1 - 3 \text{ より, } a_1 = \frac{3}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{ア}{イ}$$

次に、 $S_n$  の定義より、 $n \geq 1$  に対して

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= S_{n+1} - S_n \\ &= (2a_{n+1} - 3(n+1)) - (2a_n - 3n) \\ &= 2a_{n+1} - 2a_n - 3 \end{aligned}$$

となる。よって、

$$a_{n+1} = \frac{2}{2}a_n + \frac{3}{2} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{イ}{エ}a_n + \frac{ウ}{カ}$$

この式を変形して  $a_{n+1} + 3 = 2(a_n + 3)$  となるので、

$$\begin{aligned} a_n + 3 &= (a_1 + 3) \cdot 2^{n-1} = 6 \cdot 2^{n-1} \\ a_n &= 6 \cdot 2^{n-1} - 3 \\ &= \frac{3}{2} \cdot 2^n - 3 \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{エ}{カ} \cdot 2^n - \frac{カ}{キ} \end{aligned}$$

さらに、

$$T_n = \sum_{k=1}^n k(3 \cdot 2^k - 3) = 3 \sum_{k=1}^n k \cdot 2^k - 3 \sum_{k=1}^n k$$

ここで、 $U_n = \sum_{k=1}^n k \cdot 2^k$  とおくと、

$$\begin{aligned} U_n &= 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n \\ 2U_n &= 1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + \dots + (n-1) \cdot 2^n + n \cdot 2^{n+1} \end{aligned}$$

であり、これらの辺々を引いて

$$\begin{aligned} -U_n &= 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n - n \cdot 2^{n+1} \\ &= \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} - n \cdot 2^{n+1} \\ &= 2^{n+1} - n \cdot 2^{n+1} - 2 \end{aligned}$$

よって、 $U_n = (n-1)2^{n+1} + 2$  であるから

$$\begin{aligned} T_n &= 3U_n - 3 \sum_{k=1}^n k \\ &= 3(n-1) \cdot 2^{n+1} + 6 - 3 \cdot \frac{n}{2}(n+1) \\ &= \frac{3}{2}(n-1)2^{n+1} - \frac{3}{2}n(n+1) + 6 \\ \text{【答え】} \dots\dots \frac{キ}{ケ}(n - \frac{ク}{2}) \frac{コ}{サ}^{n+1} - \frac{シ}{セ}n(n+1) + \frac{ソ}{タ} \end{aligned}$$

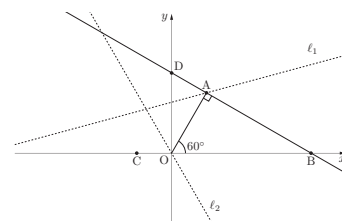
3.

$$\text{直線 AB の傾きは } \frac{0 - \sqrt{3}}{4 - 1} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{【答え】} \dots\dots -\frac{\sqrt{ア}}{イ}$$

また、 $OA^2 = 4$ 、 $OB^2 = 16$ 、 $AB^2 = 9 + 3 = 12$  より、 $AB^2 = OA^2 + OB^2$  である。

よって、三角形 OAB は  $\angle OAB$  を直角とする直角三角形であり、

$$\angle OAB = 90^\circ \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{ウ}{エ}^\circ$$



直線  $\ell_1$  は  $\angle OAD$  を  $45^\circ$  ずつに等分し、 $x$  軸正の向きとのなす角が  $15^\circ$  である。

よって、その傾きは、 $\tan 15^\circ$  【答え】 .....  $\tan \frac{オ}{カ}^\circ$

$$\begin{aligned} \tan 15^\circ &= \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} - \sqrt{3} \quad \text{【答え】} \dots\dots \frac{キ}{ケ} - \sqrt{\frac{コ}{サ}} \end{aligned}$$

よって、直線  $\ell_1$  の方程式は  $y - \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})(x - 1)$  より、 $y = (2 - \sqrt{3})x - 2 + 2\sqrt{3}$  である。

また、 $\angle AOC = 120^\circ$  であり、直線  $\ell_2$  は  $\angle AOC$  を  $60^\circ$  ずつに等分する。

よって、直線  $\ell_2$  の傾きは  $\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$  であるから、その方程式は  $y = -\sqrt{3}x$  である。

点 P の  $x$  座標は、直線  $\ell_1$ ,  $\ell_2$  の方程式を連立して得られる方程式  $(2 - \sqrt{3})x - 2 + 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}x$  の解であり、これを解いて  $x = \boxed{1} - \sqrt{\boxed{3}}$  【答え】 ……  $\boxed{ケ} - \sqrt{\boxed{コ}}$

さて、点 P の  $y$  座標は  $-\sqrt{3}(1 - \sqrt{3})$  より  $3 - \sqrt{3}$  である。

直線 AB の方程式は  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - 4)$  より、 $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$  と表される。

点 P と直線 AB の距離を  $d$  とすると

$$\begin{aligned} d &= \frac{|1 \cdot (1 - \sqrt{3}) + \sqrt{3} \cdot (3 - \sqrt{3}) - 4|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} \\ &= \frac{|-6 + 2\sqrt{3}|}{2} \\ &= \boxed{3} - \sqrt{\boxed{3}} \quad \text{【答え】} \dots\dots \boxed{サ} - \sqrt{\boxed{シ}} \end{aligned}$$

# 物理

## A 方式

2月1日 都市情報・農学部 共通

1. (1)  $\frac{1}{2}m$  (2)  $R_X$  の抵抗値  $5.0(\Omega)$  電流の向き  $B \rightarrow A$

- (3) 長さ  $fL$  質量  $9(\text{倍})$  (4)  $\frac{1}{2}\lambda$

2. (1)  $\frac{\omega_0}{2\pi}$  (2) 観測者 A ② 観測者 B ③ (3)  $m\omega_0^2$

- (4)  $\frac{r\omega_0^2}{g}$

**計算式**

小物体 P にはたらく静止摩擦力の大きさを  $\mu_0$  とする。

円板上で一緒に回転する観測者から見ると、水平方向での力のつりあいより

$$m\omega^2 r = \mu_0 mg$$

したがって、 $\mu_0 = \frac{r\omega^2}{g}$

- (5)  $\frac{mg}{\sin \theta}$  (6)  $\frac{g}{r\omega_2^2}$

- (7)  $\frac{g(\mu \sin \theta + \cos \theta)}{r(\sin \theta - \mu \cos \theta)}$

**計算式**

小物体 P が直円錐面から受ける垂直抗力の大きさを  $N$  とし、P がすべり始める直前について考える。

力のつりあいより、直円錐面に対し水平方向、鉛直方向それぞれで立式すると

$$\mu N + mg \cos \theta = m\omega_2^2 \sin \theta$$

$$N = mg \sin \theta + m\omega_2^2 \cos \theta$$

2式から  $N$  を消去すると

$$\mu mg \sin \theta + \mu m\omega_2^2 \cos \theta + mg \cos \theta = m\omega_2^2 \sin \theta$$

$\omega_2 > 0$  であることから、 $\omega_2 = \sqrt{\frac{g(\mu \sin \theta + \cos \theta)}{r(\sin \theta - \mu \cos \theta)}}$

1

3. (1)  $P_0 + \frac{Mg}{S}$  (2) ③ (3) ア ① イ ①

- (4)  $\frac{P_0 S + Mg}{P_0 S - Mg} V_0$

**計算式**

状態 A、C でのシリンダー内部の気体の圧力はそれぞれ  $P_0 + \frac{Mg}{S}$ 、 $P_0 - \frac{Mg}{S}$  である。

求める体積を  $V$  とすると、ボイルの法則より

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)V_0 = \left(P_0 - \frac{Mg}{S}\right)V$$

したがって、 $V = \frac{P_0 + \frac{Mg}{S}}{P_0 - \frac{Mg}{S}} V_0 = \frac{P_0 S + Mg}{P_0 S - Mg} V_0$

- (5) ウ ③ エ ① オ ②

- (6)  $\left(\frac{P_0 S + Mg}{P_0 S - Mg}\right)^{\frac{2}{3}} V_0$

**計算式**

状態 D でのシリンダー内部の気体の圧力は状態 C のときと同様に  $P_0 - \frac{Mg}{S}$  である。

求める体積を  $V'$  とすると、ボアソンの式より

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)V_0^{\frac{5}{3}} = \left(P_0 - \frac{Mg}{S}\right)V'^{\frac{5}{3}}$$

したがって、 $V' = \frac{P_0 S + Mg}{P_0 S - Mg} V_0^{\frac{3}{5}}$  となり、 $V' = \left(\frac{P_0 S + Mg}{P_0 S - Mg}\right)^{\frac{2}{3}} V_0$

- (7)  $-\frac{2}{5}$

2

2月2日 都市情報・情報工・理工・農学部 共通  
(大問4は情報工・理工学部のみ)

1. (1) A の速度  $-0.14(\text{m/s})$  B が受けた力積  $1.1(\text{N}\cdot\text{s})$

- (2) 定数  $\alpha = \frac{V}{nS}$  電位が高い側 b

- (3)  $\frac{mgl}{P_0 S + mg}$  (4) 4(回)

2. (1)  $\rho S d$  (2)  $\rho S(x+d)g$  (3)  $\rho S g$

- (4) 位置  $-A$  加速度の大きさ  $\frac{gA}{d}$  (5)  $2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$  (6)  $A\sqrt{\frac{g}{d}}$

- (7)  $\sqrt{\frac{2(A-h+d)d}{(h-d)g}}$

**計算式**

物体の上面が水面に到達するまで物体は等加速度直線運動をするので、この加速度  $a$  を  $x$  軸の正方向の向きにとる。

運動方程式を立てると、

$$ma = mg - \rho S h g$$

よって、 $a = -\frac{h-d}{d}g$

求める時間を  $t$  とおくと、はじめの物体の位置から水面までの距離が  $A - (h-d)$  であることから、

$$-\{A - (h-d)\} = \frac{1}{2} \left(-\frac{h-d}{d}g\right) \cdot t^2$$

したがって、 $t = \sqrt{\frac{2(A-h+d)d}{(h-d)g}}$

1

- (8)  $\frac{h^2 - 2hd + 2d^2}{2(h-d)}$

**計算式**

物体にかかる浮力の大きさは、 $h-d \leq x \leq A$  のとき  $\rho S h g$ 、 $-d \leq x \leq h-d$  のとき  $\rho S(d+x)g$  である。

物体の下面が水面に到達するまでの間に浮力がする仕事は

$$\rho S h g \times (A - h + d) + \frac{1}{2} \times \rho S h g \times h = \rho S h g \left(A - \frac{h}{2} + d\right)$$

である。

物体の下面が水面に到達する瞬間の物体の運動エネルギーを  $K$  とすると、(1)およびエネルギーと仕事の関係から

$$K = \rho S h g \left(A - \frac{h}{2} + d\right) - \rho S d g (A + d)$$

物体の下面が水面に到達するための条件は、 $K \geq 0$  であるから

$$\rho S h g \left(A - \frac{h}{2} + d\right) - \rho S d g (A + d) \geq 0$$

$$(h-d)A \geq \frac{h^2 - 2hd + 2d^2}{2}$$

$$A \geq \frac{h^2 - 2hd + 2d^2}{2(h-d)}$$

したがって、 $A$  の最小値は  $\frac{h^2 - 2hd + 2d^2}{2(h-d)}$

3. (1)  $2nd$  (2) 光線 a ③ 光線 b ① (3)  $\frac{\lambda}{4n}$

- (4)  $n \sin \beta$  (5) ア  $\frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}$  イ  $\frac{1}{\cos \beta}$  ウ  $\frac{1}{2}$

2

$$(6) \frac{\lambda}{4n \cos \beta}$$

【計算式】

(5)より、強め合うための膜の厚さが最小となる条件は  $N_2 - N_1 = \frac{1}{2}$  であるから、

$$\frac{2nd}{\lambda} \left( \frac{1}{\cos \beta} - \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2nd}{\lambda} \left( \frac{1 - \sin^2 \beta}{\cos \beta} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2nd}{\lambda} \cos \beta = \frac{1}{2}$$

$$\text{したがって、} d = \frac{\lambda}{4n \cos \beta}$$

4. (1) 電場  $\frac{40kQ}{9a^2}$  電位  $\frac{4kQ}{3a}$

(2) x成分  $-\frac{\sqrt{2}kQ}{2a^2}$  y成分 0 (3) 0 (4)  $\frac{4kqQ}{3a}$

(5)  $2\sqrt{\frac{2kqQ}{3ma}}$

【計算式】

原点 O を通過する瞬間の速さを  $v$  とする。

原点 O での電位は 0 であるから、点 C で P をはなす瞬間と原点 O を通過する瞬間において、エネルギー保存則より

$$\frac{4kqQ}{3a} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{したがって、} v = 2\sqrt{\frac{2kqQ}{3ma}}$$

$$(6) -\frac{kQ}{3a}$$

【計算式】

外部電場を加える前の原点 O における電場は x 軸の負の向きに  $\frac{2kQ}{a^2}$  であり、

点 C に対する原点 O の電位は (1) より  $-\frac{4kQ}{3a}$  である。

原点 O の電場の強さが 0 になるよう加える外部電場は、x 軸の正の向きに  $\frac{2kQ}{a^2}$  である。

以上より、外部電場を加えた後の点 C に対する原点 O の電位は

$$-\frac{4kQ}{3a} + \frac{2kQ}{a^2} \times \frac{a}{2} = -\frac{kQ}{3a}$$

(7)  $\frac{1}{2}$  (倍)

## 2月3日 都市情報・情報工・理工学部 共通 (大問4は情報工・理工学部のみ)

(8)  $\sqrt{\frac{67kqQ}{21ma}}$

【計算式】

求める初速を  $v_0$ 、点  $\left(\frac{3}{4}a, 0\right)$  を E とする。

(1)より、外部電場を加える前の原点 O に対する点 C の電位  $V_C$  は、 $V_C = \frac{4kQ}{3a}$

また、外部電場を加える前の原点 O に対する点 E の電位  $V_E$  は、

$$V_E = \frac{kQ}{\frac{a}{4}} + \frac{k(-Q)}{\frac{7}{4}a} = \frac{24kQ}{7a}$$

(6)より、加える外部電場は、x 軸の正の向きに  $\frac{2kQ}{a^2}$  である。

よって、点 C と点 E での P のエネルギーと外部電場がした仕事の関係より

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + V_C \times q + \frac{2kQ}{a^2} \times \frac{a}{4} \times q = V_E \times q$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = (V_E - V_C) \times q - \frac{kqQ}{2a}$$

$$= \frac{44kqQ}{21a} - \frac{kqQ}{2a}$$

$$= \frac{67kqQ}{42a}$$

$$v_0^2 = \frac{67kqQ}{21ma}$$

$$\text{したがって、} v_0 = \sqrt{\frac{67kqQ}{21ma}}$$

1. (1) 時間 5.0(s) 速さ 29 (m/s) (2) 0.20 (A)

(3) ア ⑥ イ ⑦ (4)  $4.4 \times 10^{-7}$  (m)

2. (1)  $\sqrt{2gR \sin \theta}$  (2)  $3mgs \sin \theta$  (3)  $\frac{1}{3}$  (倍)

(4)  $\sqrt{\frac{3gR}{2}}$

【計算式】

小物体が C を通過するときの速さを  $v$ 、またそのときの台の速さを  $V'$  とする。  
運動量保存則より、

$$0 = mv + 3mV' \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

点 C を重力の位置エネルギーの基準面にとると、力学的エネルギー保存則より、

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mV'^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①より、 $V' = -\frac{1}{3}v$  となり、これを②に代入して整理すると、 $v^2 = \frac{3gR}{2}$

したがって、求める小物体の速さは、 $\sqrt{\frac{3gR}{2}}$

(5)  $2\sqrt{\frac{2gR}{3}}$  (6) 0

(7)  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3gR}{2}}$

【計算式】

小物体が板と衝突した直後の小物体の速さを  $v'$ 、台の速さを  $V'$  とする。  
運動量保存則より、

$$0 = mv' + 3mV' \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

反発係数の式より、 $e = \frac{1}{2}$  であるから (4) の計算式で示した  $v, V'$  を用いると、

$$\frac{1}{2} = -\frac{v' - V'}{v - V'} \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

(4)の①より  $V' = -\frac{1}{3}v$  であるから、③④より  $v'$  を  $v$  で表すと、 $v' = -\frac{1}{2}v$

したがって、求める小物体の速さは、 $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3gR}{2}}$

(8)  $\frac{1}{4}R$

**計算式**

運動量保存則より、小物体が制止するときも制止する。

制止する点の C からの高さを  $h$  とする。

点 C を重力の位置エネルギーの基準面にとり、力学的エネルギー保存則を (7) の  $v, v'$  を用いて表すと、

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot v'^2 = mgh \quad \cdots \cdots (5)$$

(7) より、 $v' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3gR}{2}}, v' = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{3gR}{2}}$  であるから、(5) に代入し計算すると、

$$h = \frac{3}{16}R + \frac{1}{16}R = \frac{1}{4}R$$

3. (1) 電流 0.30 (A) 消費電力 1.8 (W) (2)  $V + 20I$  (3) 0.20 (A)

(4)  $3I'^2 + 20I'$  (5) 0.15 (A) (6) 0.30 (A) (7) 0.20 (A)

(8)  $1.0 \times 10^{-5}$  (J)

**計算式**

L で消費されたエネルギーは、スイッチ  $S_1$  を開く直前にコンデンサーに蓄えられていた静電エネルギーに等しい。

スイッチ  $S_1$  を開く直前にコンデンサーの両端の電圧は (7) の結果から、 $6.0 - 0.20 \times 20 = 2.0$  (V) である。

したがって、求めるエネルギーは、 $\frac{1}{2} \times 5.0 \times 10^{-6} \times 2^2 = 1.0 \times 10^{-5}$  (J)

4. (1)  $P_0 + \rho g d$  (2)  $\frac{3}{2}\rho g d S L$

(3)  $\text{ア } -\rho g \quad \text{イ } P_0 + \rho g d \quad (4) \quad \frac{3}{2}(P_0 - \rho g L) d S$

(5)  $\left(P_0 + \frac{1}{2}\rho g d\right) d S$

**計算式**

(3) のように、状態変化  $B \rightarrow C$ 、つまり  $0 \leq x \leq d$  のとき、容器内部の気体の圧力を  $P$ 、体積を  $V$  とする。

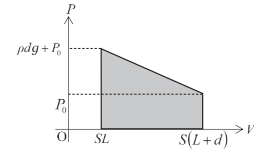
$V = S(L+x)$  であるから、 $x = \frac{V}{S} - L$  である。

また、 $0 \leq x \leq d$  より、 $S L \leq V \leq S(L+d)$  である。

よって、(3) の式に  $x = \frac{V}{S} - L$  を代入すると

$$\begin{aligned} P &= -\rho g x + \rho g d + P_0 \\ &= -\rho g \left(\frac{V}{S} - L\right) + \rho g d + P_0 \\ &= -\frac{\rho g}{S} V + \rho g(L+d) + P_0 \end{aligned}$$

これを  $P-V$  グラフに表すと下のようになる。



求める仕事はグラフの灰色部分の面積に等しいので、

$$\frac{1}{2} \times (P_0 + \rho g d + P_0) \times d S = \left(P_0 + \frac{1}{2}\rho g d\right) d S$$

(6)  $\frac{5}{2}P_0 d S + \frac{1}{2}\rho g d S(d - 3L)$

## B 方式

2月21日 都市情報・情報工・理工・農学部 共通

(7)  $\frac{\rho g d}{5P_0 + \rho g d}$

**計算式**

状態変化  $A \rightarrow B$  は定積変化であるから、このときに気体に加えられた熱量は (2) に等しく、 $\frac{3}{2}\rho g d S L$  である。また、1 サイクルで気体とした正味の仕事は (5) の

$P-V$  グラフの灰色部分のうち、 $P_0 \leq P \leq \rho g d + P_0$  の部分の面積に等しいので、

$$\frac{1}{2} \times S d \times \rho g d = \frac{1}{2} \rho g d^2 S \text{ である。}$$

よって、(6) と合わせて熱効率

$$\frac{\frac{1}{2}\rho g d^2 S}{\frac{3}{2}\rho g d S L + \frac{5}{2}P_0 d S + \frac{1}{2}\rho g d S(d - 3L)} = \frac{\rho g d}{5P_0 + \rho g d}$$

1.

1 ⑨ 2 ③ 3 ② 4 ④ 5 ④  
6 ③

2.

7 ④ 8 ④ 9 ② 10 ④ 11 ①  
12 ⑥ 13 ⑤

3.

14 ① 15 ④ 16 ② 17 ③ 18 ④  
19 ② 20 ③ 21 ④

4.

22 ③ 23 ⑧ 24 ② 25 ① 26 ⑥  
27 ③

# 化学

## A 方式

2月1日 都市情報・農・薬学部 共通  
(大問5、6は薬学部のみ)

1.
 

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 ② | 2 ⑥ | 3 ⑤ | 4 ⑧ | 5 ② |
| 6 ④ | 7 ③ |     |     |     |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 8 ③  | 9 ⑤  | 10 ② | 11 ④ | 12 ⑥ |
| 13 ① | 14 ⑧ |      |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 15 ④ | 16 ⑥ | 17 ① | 18 ③ | 19 ④ |
| 20 ⑤ | 21 ④ | 22 ⑥ |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 23 ④ | 24 ② | 25 ⑤ | 26 ⑪ | 27 ④ |
| 28 ⑥ | 29 ③ | 30 ④ |      |      |
5.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 31 ⑥ | 32 ⑤ | 33 ④ | 34 ① | 35 ⑤ |
| 36 ③ | 37 ⑦ | 38 ① | 39 ② | 40 ⑤ |
6.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 41 ① | 42 ⑤ | 43 ⑧ | 44 ⑤ | 45 ⑨ |
| 46 ④ | 47 ⑧ | 48 ⑤ | 49 ③ | 50 ⑨ |

2月2日 都市情報・情報工・理工・農学部 共通  
(大問5、6は情報工・理工学部のみ)

1.
 

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 ④ | 2 ⑤ | 3 ④ | 4 ④ | 5 ④ |
| 6 ② | 7 ① | 8 ⑧ |     |     |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 9 ③  | 10 ⑦ | 11 ⑥ | 12 ② | 13 ③ |
| 14 ④ | 15 ① | 16 ⑤ |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 17 ⑤ | 18 ④ | 19 ⑤ | 20 ⑨ | 21 ④ |
| 22 ⑧ | 23 ⑥ |      |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 24 ④ | 25 ⑤ | 26 ⑥ | 27 ⑤ | 28 ⑥ |
| 29 ⑧ | 30 ③ | 31 ③ |      |      |
5.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 32 ⑤ | 33 ④ | 34 ② | 35 ③ | 36 ③ |
| 37 ① | 38 ② | 39 ⑦ | 40 ⑥ | 41 ⑦ |
6.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 42 ④ | 43 ⑥ | 44 ⑧ | 45 ① | 46 ③ |
| 47 ⑦ | 48 ② | 49 ① | 50 ⑤ | 51 ① |

2月3日 都市情報・情報工・理工学部 共通  
(大問5、6は情報工・理工学部のみ)

1.
 

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 ② | 2 ③ | 3 ⑥ | 4 ④ | 5 ② |
| 6 ④ | 7 ⑥ |     |     |     |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 8 ①  | 9 ③  | 10 ⑤ | 11 ⑦ | 12 ④ |
| 13 ② | 14 ② | 15 ⑦ |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 16 ③ | 17 ① | 18 ④ | 19 ⑨ | 20 ③ |
| 21 ② | 22 ④ | 23 ⑨ |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 24 ① | 25 ④ | 26 ⑤ | 27 ② | 28 ⑨ |
| 29 ⑥ | 30 ⑥ | 31 ④ | 32 ⑧ |      |
5.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 33 ⑦ | 34 ③ | 35 ① | 36 ④ | 37 ② |
| 38 ⑤ | 39 ⑥ | 40 ① | 41 ③ | 42 ⑦ |
6.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 43 ⑤ | 44 ⑤ | 45 ⑥ | 46 ④ | 47 ② |
| 48 ② | 49 ⑥ | 50 ① | 51 ④ | 52 ⑦ |

## B 方式

2月21日 都市情報・情報工・理工・農学部 共通

1.
 

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 ③ | 2 ⑤ | 3 ⑤ | 4 ③ | 5 ⑧ |
| 6 ⑤ | 7 ① | 8 ① | 9 ④ |     |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 10 ③ | 11 ⑦ | 12 ⑤ | 13 ① | 14 ① |
| 15 ④ | 16 ① | 17 ③ |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 18 ⑤ | 19 ⑫ | 20 ③ | 21 ④ | 22 ④ |
| 23 ② | 24 ⑤ | 25 ④ |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 26 ⑦ | 27 ④ | 28 ⑦ | 29 ① | 30 ④ |
| 31 ⑥ | 32 ⑧ |      |      |      |

## 2月21日 薬学部

1.

|    |   |    |   |    |   |   |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|---|---|----|---|
| 1  | ⑦ | 2  | ⑧ | 3  | ⑤ | 4 | ② | 5  | ⑥ |
| 6  | ⑥ | 7  | ⑥ | 8  | ⑤ | 9 | ④ | 10 | ⑥ |
| 11 | ① | 12 | ⑥ | 13 | ③ |   |   |    |   |

2.

|    |   |    |   |    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| 14 | ⑥ | 15 | ③ | 16 | ④ | 17 | ③ | 18 | ⑤ |
| 19 | ⑧ | 20 | ⑤ | 21 | ④ |    |   |    |   |

3.

|    |   |    |   |    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| 22 | ④ | 23 | ⑤ | 24 | ③ | 25 | ① | 26 | ④ |
| 27 | ⑨ | 28 | ⑦ | 29 | ⑧ |    |   |    |   |

4.

|    |   |    |   |    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| 30 | ⑨ | 31 | ③ | 32 | ④ | 33 | ⑨ | 34 | ⑥ |
| 35 | ⑥ | 36 | ④ | 37 | ④ |    |   |    |   |

# 生 物

## A 方 式

2月1日 都市情報・農学部 共通

1.
 

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 ② | 2 ⑥ | 3 ⑦ | 4 ⑪ | 5 ④ |
| 6 ③ | 7 ④ | 8 ③ |     |     |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 9 ③  | 10 ⑧ | 11 ⑤ | 12 ④ | 13 ② |
| 14 ③ | 15 ⑥ | 16 ③ |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 17 ④ | 18 ② | 19 ⑤ | 20 ① | 21 ⑤ |
| 22 ⑤ | 23 ② | 24 ② |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 25 ① | 26 ⑤ | 27 ⑥ | 28 ② | 29 ③ |
| 30 ④ | 31 ⑥ |      |      |      |
5.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 32 ⑥ | 33 ④ | 34 ② | 35 ② | 36 ④ |
| 37 ② | 38 ④ | 39 ② |      |      |

2月2日 都市情報・農学部 共通

1.
 

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 ③ | 2 ⑤ | 3 ⑦ | 4 ② | 5 ⑥ |
| 6 ② | 7 ④ |     |     |     |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 8 ④  | 9 ⑦  | 10 ② | 11 ③ | 12 ④ |
| 13 ③ | 14 ④ |      |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 15 ⑧ | 16 ③ | 17 ① | 18 ⑨ | 19 ④ |
| 20 ③ | 21 ③ | 22 ④ |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 23 ② | 24 ⑦ | 25 ⑥ | 26 ④ | 27 ⑧ |
| 28 ① | 29 ③ | 30 ④ |      |      |
5.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 31 ⑤ | 32 ① | 33 ⑦ | 34 ④ | 35 ① |
| 36 ④ | 37 ④ |      |      |      |

## B 方 式

2月3日 都市情報学部

1.
 

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 ⑨ | 2 ④ | 3 ① | 4 ④ | 5 ② |
| 6 ③ | 7 ① | 8 ④ |     |     |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 9 ①  | 10 ⑤ | 11 ③ | 12 ⑧ | 13 ③ |
| 14 ③ | 15 ① |      |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 16 ④ | 17 ⑥ | 18 ② | 19 ③ | 20 ② |
| 21 ② | 22 ⑤ |      |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 23 ④ | 24 ⑥ | 25 ③ | 26 ② | 27 ① |
| 28 ③ | 29 ① |      |      |      |
5.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 30 ③ | 31 ② | 32 ② | 33 ③ | 34 ③ |
| 35 ④ | 36 ③ |      |      |      |

2月21日 都市情報・農・薬学部 共通

1.
 

|     |     |     |     |      |
|-----|-----|-----|-----|------|
| 1 ④ | 2 ⑥ | 3 ① | 4 ① | 5 ⑧  |
| 6 ④ | 7 ③ | 8 ② | 9 ⑧ | 10 ⑧ |
2.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 11 ③ | 12 ⑦ | 13 ③ | 14 ⑤ | 15 ⑤ |
| 16 ② | 17 ① |      |      |      |
3.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 18 ⑦ | 19 ④ | 20 ② | 21 ④ | 22 ③ |
| 23 ⑤ | 24 ⑦ | 25 ① |      |      |
4.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 26 ⑦ | 27 ⑤ | 28 ⑥ | 29 ④ | 30 ① |
| 31 ① | 32 ① | 33 ③ |      |      |
5.
 

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 34 ③ | 35 ⑦ | 36 ⑤ | 37 ① | 38 ⑧ |
| 39 ② | 40 ④ | 41 ③ |      |      |

# A 方式

2月1日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

一

問一 a ④ b ② c ① d ②  
 問二 I ⑤ II ④ III ④ IV ③ V ②  
 問三 ③ 問四 i ③ iv ①  
 問五 ii ② iii ⑤  
 問六 ① 問七 A ③ B ⑤ 問八 ⑤  
 問九 ② 問十 ② 問十一 ⑤

二

問一 i ③ ii ⑤ iii ④ iv ①  
 問二 ① 問三 ③ 問四 ② 問五 ④  
 問六 ③ 問七 ② 問八 ③ 問九 ⑤

三

A ② B ③ C ⑪ D ⑧ E ⑮

四

|   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|
| 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 4 | 1 | 5  | 2 |
| 6 | 1 | 7 | 2 | 8 | 2 | 9 | 1 | 10 | 1 |

2月2日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

一

問一 a ② b ④ c ① d ②  
 問二 ②  
 問三 I ③ II ③ III ② IV ④ V ①  
 問四 ⑤ 問五 ③ 問六 i ⑤ ii ②  
 問七 ⑤ 問八 iii ④ iv ① 問九 ⑤  
 問十 ⑤ 問十一 ④

二

問一 i ⑤ ii ⑤ iii ① iv ③  
 問二 ④ 問三 ③ 問四 ① 問五 ④  
 問六 ⑤ 問七 ① 問八 ④ 問九 ③

三

A ⑦ B ⑩ C ② D ⑤ E ⑭

四

|   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|
| 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 4 | 1 | 5  | 1 |
| 6 | 1 | 7 | 2 | 8 | 1 | 9 | 2 | 10 | 2 |

2月3日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語学部 共通

一

問一 a ④ b ① c ③  
 問二 i ④ ii ② 問三 ①  
 問四 ア ⑤ イ ②  
 問五 I ③ II ⑤ III ① IV ② V ④  
 問六 ⑤ 問七 ② 問八 iii ① iv ③  
 問九 A ⑤ B ② 問十 ③

二

問一 i ⑤ ii ① iii ⑤ iv ②  
 問二 ② 問三 ⑤ 問四 ③ 問五 ④  
 問六 ⑤ 問七 ③ 問八 ① 問九 ③  
 問十 ④

三

A ③ B ② C ④ D ① E ①

四

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 4 | 1 | 5 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

2月1日 農学部

一

問一 a ② b ① c ③ d ④  
 問二 i ② ii ③  
 問三 I ① II ⑤ III ③ IV ② V ④  
 問四 ⑤ 問五 ア ③ イ ① 問六 ②  
 問七 ③ 問八 ④ 問九 ①

二

問一 i ④ ii ③ iii ① iv ⑤  
 問二 ④ 問三 ① 問四 ⑤ 問五 ②  
 問六 ① 問七 ④ 問八 ④ 問九 ①

三

A ⑮ B ⑨ C ① D ⑤ E ⑪

四

|   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|
| 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 4 | 1 | 5  | 2 |
| 6 | 1 | 7 | 1 | 8 | 1 | 9 | 2 | 10 | 2 |

2月2日 農学部

|    |    |   |     |   |     |   |    |    |   |
|----|----|---|-----|---|-----|---|----|----|---|
| 一  |    |   |     |   |     |   |    |    |   |
| 問一 | a  | ④ | b   | ② | c   | ① | d  | ③  |   |
| 問二 | ア  | ② | イ   | ③ |     |   |    |    |   |
| 問三 | I  | ⑤ | II  | ① | III | ③ | IV | ④  |   |
| 問四 | i  | ③ | iii | ④ | 問五  | ① |    |    |   |
| 問六 | ii | ⑤ | iv  | ④ | 問七  | ④ | 問八 | ④  |   |
| 問九 | ⑤  |   | 問十  | ④ |     |   |    |    |   |
| 二  |    |   |     |   |     |   |    |    |   |
| 問一 | i  | ② | ii  | ③ | iii | ⑤ | iv | ①  |   |
| 問二 | ①  |   | 問三  | ② | 問四  | ④ | 問五 | ③  |   |
| 問六 | ①  |   | 問七  | ③ | 問八  | ⑤ | 問九 | ①  |   |
| 三  |    |   |     |   |     |   |    |    |   |
| A  | ⑩  | B | ⑦   | C | ⑫   | D | ③  | E  | ⑭ |
| 四  |    |   |     |   |     |   |    |    |   |
| 1  | 1  | 2 | 2   | 3 | 1   | 4 | 1  | 5  | 2 |
| 6  | 2  | 7 | 2   | 8 | 1   | 9 | 1  | 10 | 2 |

## B 方式

2月21日 法・経営・経済・都市情報・人間・外国語・農学部 共通

|    |   |    |    |    |     |   |    |   |     |
|----|---|----|----|----|-----|---|----|---|-----|
| 一  |   |    |    |    |     |   |    |   |     |
| 問一 | a | ④  | b  | ②  | c   | ③ |    |   |     |
| 問二 | i | ③  | ii | ⑤  | 問三  | ④ |    |   |     |
| 問四 | I | ③  | II | ②  | III | ① | IV | ③ | V ⑤ |
| 問五 | A | ④  | B  | ①  | 問六  | ア | ④  | イ | ②   |
| 問七 | ① | 問八 | ②  | 問九 | A   | ③ | B  | ④ |     |
| 問十 | ④ |    |    |    |     |   |    |   |     |
| 二  |   |    |    |    |     |   |    |   |     |
| 問一 | i | ③  | ii | ④  | iii | ③ | iv | ⑤ |     |
| 問二 | ③ |    | 問三 | ⑤  | 問四  | ③ | 問五 | ④ |     |
| 問六 | ① |    | 問七 | ④  | 問八  | ③ | 問九 | ② |     |
| 問十 | ⑤ |    |    |    |     |   |    |   |     |
| 三  |   |    |    |    |     |   |    |   |     |
| A  | ① | B  | ⑤  | C  | ③   | D | ④  | E | ①   |
| 四  |   |    |    |    |     |   |    |   |     |
| 1  | 1 | 2  | 2  | 3  | 2   | 4 | 1  | 5 | 2   |